

## Nghiên cứu xây dựng giải pháp mở rộng không gian làm việc cho bộ Stewart dạng tay quay-thanh truyền

Nghiêm Thành Trung\*, Lê Danh Tuấn

Viện Tự động hóa Kỹ thuật quân sự, Viện Khoa học và Công nghệ quân sự, 89B Lý Nam Đế, Cửa Đông, Hoàn Kiếm, Hà Nội, Việt Nam.

\*Email: trungnghiemtdh@gmail.com

Nhận bài: 10/01/2024; Hoàn thiện: 12/03/2024; Chấp nhận đăng: 14/3/2024; Xuất bản: 01/4/2024.

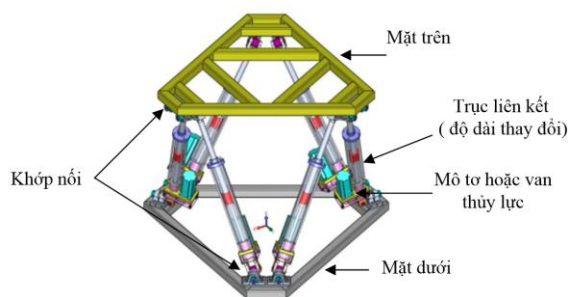
DOI: <https://doi.org/10.54939/1859-1043.j.mst.CAPITI.2024.147-154>

### TÓM TẮT

Bài báo đề cập đến vấn đề mở rộng không gian làm việc của bộ Stewart dạng tay quay thanh truyền. Bằng cách xây dựng động học ngược của hệ Stewart dạng tay quay thanh truyền một cách chính xác theo các tham số của nó, có thể kiểm tra khả năng đáp ứng của bộ đối với không gian làm việc. Để mở rộng không gian làm việc cho bộ, bài báo đã đề xuất thay đổi một số kích thước hình học của bộ. Các kết quả của bài báo đã được kiểm chứng bằng mô phỏng.

**Từ khóa:** Stewart platform; Động học ngược; Không gian làm việc.

### 1. ĐẶT VẤN ĐỀ



Hình 1. Các thành phần của bộ Stewart.

Cơ cấu bộ 6 trục song song Stewart platform ra đời từ những năm 1960, về mặt cấu tạo gồm có mặt trên, mặt dưới liên kết với nhau bằng 6 trục liên kết có thể thay đổi độ dài được bố trí theo dạng hình học đối xứng 3 điểm lệch nhau góc 120 độ. Thông qua việc thay đổi chiều dài các trục liên kết có thể thay đổi vị trí tương đối mặt trên so với mặt dưới theo vị trí tịnh tiến (surge, sway, heave) và các góc nghiêng (roll, pitch, yaw).



Hình 2. Cấu trúc bộ dạng tịnh tiến (trái) và dạng tay quay- thanh truyền (phải).

Theo cấu trúc khớp và trục liên kết mặt trên – mặt dưới, có thể phân loại bộ thành hai loại: dạng tịnh tiến - thay đổi chiều trục dài liên kết bằng xy lanh hoặc trục vít, và dạng tay quay/thanh truyền - mặt trên và mặt dưới liên kết bằng cơ cấu tay quay/thanh truyền có khớp ở giữa, chiều dài tay quay/thanh truyền cố định, thay đổi chiều dài liên kết mặt trên/mặt dưới nhờ thay đổi góc quay của tay quay bằng mô tơ.

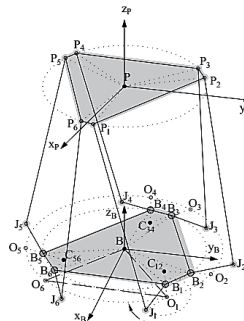
So với cấu trúc tịnh tiến, cấu trúc dạng tay quay phức tạp hơn về mặt tính toán, bù lại có ưu điểm về mặt giá thành và tải trọng. Chính vì vậy, phòng thí nghiệm “Các hệ thống điều khiển hỏa lực trên phương tiện cơ động” [2], bộ đã hoạt động tốt và phục vụ có hiệu quả trong thử nghiệm các hệ thống điều khiển hỏa lực trên phương tiện cơ động. Tuy nhiên, do yêu cầu của các hệ thống điều khiển hỏa lực ngày càng cao [3], nên đối với một số trường hợp không gian làm việc của bộ không thử nghiệm được đầy đủ tính năng chiến-kỹ thuật của hệ thống. Điều này đặt ra vấn đề phải nâng cấp bộ Stewart hiện có để đảm bảo yêu cầu thực tế trong thử nghiệm. Bài báo này trình bày giải pháp thay đổi một số tham số, kích thước hình học của bộ để đạt được kết quả mong muốn.

**Bảng 1.** Một số thông số kỹ thuật và yêu cầu mở rộng không gian làm việc của bộ.

Model: 710-6-4500, hãng Servo and Simulation			
STT	Thông số	Nhà sản xuất	Yêu cầu mở rộng
1	Tải trọng	4500 (pounds)	
2	Giới tốc Roll/Pitch/Yaw	140°/s <sup>2</sup>	
3	Vận tốc Roll/Pitch/Yaw	30°/s	
4	Roll	±13°	±23°
5	Pitch	±15°	±23°
6	Yaw	±15°	±20°

## 2. XÂY DỰNG ĐỘNG HỌC NGƯỢC CHO BỘ STEWART CÓ LIÊN KẾT DẠNG CƠ CẤU TAY QUAY-THANH TRUYỀN

Mục đích quá trình tính toán động học ngược bộ 6 trục có kết cấu dạng tay quay là tìm mối liên hệ giữa góc quay tay quay và vị trí tương đối của mặt công tác (mặt trên) so với mặt cơ sở (mặt dưới). Phương pháp tiến hành là xây dựng mô hình dạng điểm, xác định vị trí các điểm trong hệ tọa độ không gian.



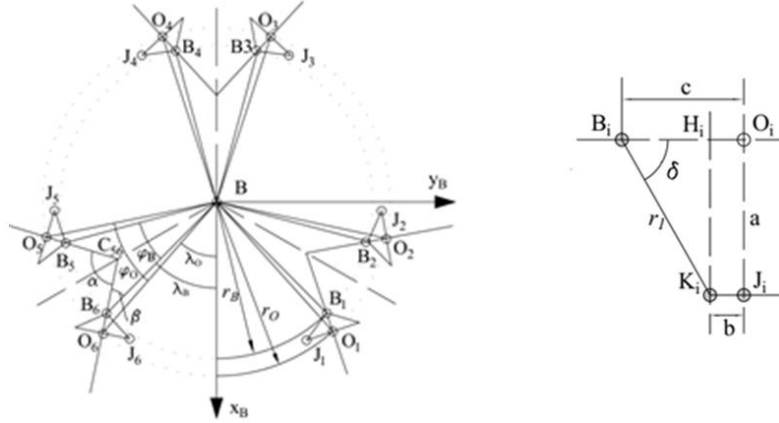
**Hình 3.** Mô hình dạng điểm bộ 6 trục và các hệ trục tọa độ.

Tham số bộ động: tâm bộ động  $P(x^p, y^p, z^p)$ ,  $P_i$  là điểm liên kết thứ  $i$  trên bộ động,  $p_i(x_i^p, y_i^p, z_i^p)$  là tọa độ của  $P_i$  trong hệ tọa độ bộ động, khoảng cách  $r_p = PP_i$  gọi là bán kính bộ động, góc  $\varphi_p = \text{góc}(P_1PP_2)$  gọi là góc mặt trên.

Tham số bộ tĩnh: tâm bộ tĩnh  $B(x^b, y^b, z^b)$ ,  $B_i$  là điểm đầu trục khớp số thứ  $i$ ,  $b_i(x_i^b, y_i^b, z_i^b)$  là tọa độ  $B_i$  trong hệ tọa độ bộ tĩnh, khoảng cách  $r_b = BB_i$  gọi là bán kính mặt dưới, góc  $\varphi_b = \text{góc}(B_1BB_2)$  gọi là góc mặt dưới,  $J_i$  là điểm nối tay quay-thanh truyền thứ  $i$ ,  $j_i(x_i^j, y_i^j, z_i^j)$  là tọa độ  $J_i$  trong hệ tọa độ bộ tĩnh.

Tay quay tạo với trục khớp số góc  $\delta$ , góc tạo bởi hai trục khớp số kề nhau là  $\alpha$ , độ dài tay quay  $r_1 = B_iJ_i$ . Khi tay quay quay tạo thành hình nón, gọi điểm tâm vòng tròn đáy nón là  $O_i$  có tọa độ  $o_i(x_i^o, y_i^o, z_i^o)$  trong hệ tọa độ bộ tĩnh, khoảng cách  $c = O_iB_i$ . Chiều dài khớp nối là  $b$ , chiều dài thanh truyền  $s = J_iP_i$ .

Khớp liên kết  $D_i$  là véc tơ nối điểm  $O_i$  đến điểm  $P_i$ , chiều dài trực liên kết là  $d_i$ .  
 Tọa độ điểm  $O_i$  trong hệ trục bộ tĩnh



Hình 4. Xác định tọa độ điểm  $O_i$  trong hệ trục bộ tĩnh.

$\lambda_{Bi}$  là góc tạo bởi  $BB_i$  và  $x_B$ :

$\lambda_{Bi} = 60 \cdot i - \varphi_B/2$  với  $i = 1, 3, 5$  và  $\lambda_{Bi} = 60 \cdot (i - 1) + \varphi_B/2$  với  $i = 2, 4, 6$ . Tọa độ  $B_i$ :

$$b_i = [r_B \cos(\lambda_{Bi}) \quad r_B \sin(\lambda_{Bi}) \quad 0] \quad (1)$$

Bán kính quay  $J_i$ :  $a = r_1 \cos(\delta)$ , khoảng cách  $c = r_1 \sin(\delta) + b$ .

$\epsilon_i$  là góc tạo bởi  $B_i O_i$  và  $x_B$ :

$\epsilon_i = 60 \cdot i - \alpha/2$  với  $i = 1, 3, 5$  và  $\epsilon_i = 60 \cdot (i - 1) + \alpha/2$  với  $i = 2, 4, 6$ . Tọa độ tương đối của  $O_i$  so với  $B_i$ :  $\overrightarrow{O_i B_i} = [c \cos(\epsilon_i) \quad c \sin(\epsilon_i) \quad 0]$ .

Tọa độ  $O_i$ :

$$o_i = [r_B \cos(\lambda_{Bi}) + c \cos(\epsilon_i) \quad r_B \sin(\lambda_{Bi}) + c \sin(\epsilon_i) \quad 0] \quad (2)$$

Động học ngược bộ tĩnh tiến với trực liên kết  $O_i P_i$

Vị trí mặt trên so với mặt dưới được xác định thông qua các tham số về độ dịch chuyển tịnh tiến (surge, sway, heave) chính là độ dịch tâm  $P(x^p \ y^p \ z^p)$  và các góc nghiêng (Roll, Pitch, Yaw) được xác định bởi ma trận quay  $R_p^b = R_z(-\psi) R_y(-\theta) R_x(-\varphi)$ .

Tọa độ của điểm  $P_i$  trong hệ tọa độ bộ động:

$$p_i = [r_p \cos(\lambda_{Pi}) \quad r_p \sin(\lambda_{Pi}) \quad 0]$$

Trong đó:  $\lambda_{Pi} = 60 \cdot i - \varphi_P/2$  với  $i = 1, 3, 5$  và  $\lambda_{Pi} = 60 \cdot (i - 1) + \varphi_P/2$  với  $i = 2, 4, 6$ .

Tọa độ điểm  $P_i$  trong hệ tọa độ bộ tĩnh:

$$q_i = R_p^b p_i + P \quad (3)$$

Độ dài của liên kết  $D_i$  được xác định như sau:

$$d_i = \|q_i - o_i\| = \|R_p^b p_i + P - o_i\| \quad (4)$$

Tính toán góc quay tay quay tương ứng với độ dài trực liên kết  $d_i$

Theo thứ tự, các tay quay 1, 3, 5 làm việc ở cung 6 đến 12 giờ, tay quay 2, 4, 6 làm việc ở cung 0 đến 6 giờ. Gọi  $H_i$  là hình chiếu của  $J_i$  lên mặt phẳng bộ tĩnh, góc tạo bởi  $O_i H_i$  và  $x_B$  là  $\epsilon_{Hi}$ :

$\epsilon_{Hi} = \epsilon_i - 90^\circ$  với  $i = 1, 3, 5$  và  $\epsilon_{Hi} = \epsilon_i + 90^\circ$  với  $i = 2, 4, 6$ .

Góc quay tay quay thứ  $i$  là  $\psi_i$ .

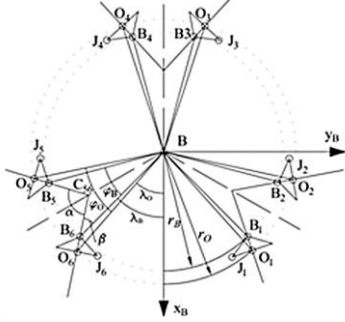
Do tính chất đối xứng hàm lượng giác, vị trí tương đối của  $J_i$  so với  $O_i$  là:

$$O_i J_i = [\cos(\psi_i) \sin(\varepsilon_i) \quad -\cos(\psi_i) \cos(\varepsilon_i) \quad \sin(\psi_i)] \text{ với } i = 1, 3, 5.$$

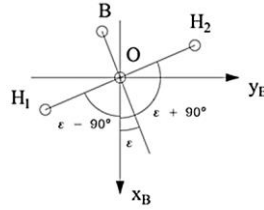
$$O_i J_i = [-\cos(\psi_i) \sin(\varepsilon_i) \quad \cos(\psi_i) \cos(\varepsilon_i) \quad \sin(\psi_i)] \text{ với } i = 2, 4, 6.$$

Vị trí  $J_i$  trong hệ tọa độ bộ tĩnh:

$$j_i = o_i + O_i J_i \quad (5)$$



Hình 5. Tính toán tọa độ  $J_i$  trong hệ tọa độ bộ tĩnh.



Hình 6. Tính toán góc quay tay quay tương ứng độ dài trực liên kết  $d$ .

Đối với bộ Stewart sử dụng liên kết dạng cơ cấu tay quay-thanh truyền, công thức (4) không chỉ ra độ dài của liên kết mà chỉ ra khoảng cách giữa điểm  $O_i$  và điểm  $P_i$ . Khoảng cách này được xác định theo công thức sau:

$$d_i = (q_i - o_i) \quad (6)$$

$$d_i^2 = \|(q_i - o_i)^T (q_i - o_i)\|$$

Khoảng cách này cũng có thể xác định theo hai véc tơ tay quay và thanh truyền. Gọi  $s_i, a_i, d_i$  thứ tự là véc tơ của thanh truyền, tay quay và véc tơ của đường nối  $O_i P_i$ . Khi đó, nhiệm vụ đặt ra là phải xác định góc quay  $\psi_i$  sao cho thỏa mãn đẳng thức sau:

$$d_i = a_i + s_i \quad (7)$$

Biểu diễn chuẩn bậc hai của các véc tơ trên ta có:

$$\|d_i\|^2 = (q_i - o_i)^T (q_i - o_i) \quad (8)$$

$$\|a_i\|^2 = (j_i - o_i)^T (j_i - o_i) \quad (9)$$

$$\|s_i\|^2 = (q_i - j_i)^T (q_i - j_i) \quad (10)$$

Trong 3 biểu thức trên, chỉ có biểu thức (9) và (10) chứa các ẩn số  $j_i$  ở vế phải, còn toàn bộ vế trái là hằng. Để tránh giải phương trình lượng giác bậc 2, biến đổi các phương trình trên sao cho loại bỏ được  $j_i^2$  trong phương trình sau biến đổi. Lấy phương trình (10) trừ đi phương trình (9) nhận được:

$$\|s_i\|^2 - \|a_i\|^2 = q_i^2 - 2q_i j_i + j_i^2 - j_i^2 + 2o_i j_i - o_i^2 = q_i^2 - 2q_i j_i + 2o_i j_i - o_i^2 \quad (11)$$

Tiếp tục lấy hai vế của phương trình (7) trừ đi hai vế của phương trình (10) nhận được:

$$\|d_i\|^2 - (\|s_i\|^2 - \|a_i\|^2) = q_i^2 - 2q_i o_i + o_i^2 - (q_i^2 - 2q_i j_i + 2o_i j_i - o_i^2) \quad (12)$$

$$\|d_i\|^2 - (\|s_i\|^2 - \|a_i\|^2) = -2q_i o_i + 2o_i^2 + 2q_i j_i - 2o_i j_i$$

Tiếp tục biến đổi phương trình (12) nhận được:

$$\|d_i\|^2 - (\|s_i\|^2 - \|a_i\|^2) = 2(j_i - o_i)(q_i - o_i) \quad (13)$$

Biến đổi (13) có tính đến (5) nhận được:

$$\|d_i\|^2 - (\|s_i\|^2 - \|a_i\|^2) = 2a \begin{bmatrix} \cos\psi_i \sin \varepsilon_i \\ -\cos\psi_i \cos \varepsilon_i \\ \sin\psi_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{ix} - o_{ix} \\ q_{iy} - o_{iy} \\ q_{iz} - o_{iz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Đặt:  $H_i = \|d_i\|^2 - (\|s_i\|^2 - \|a_i\|^2)$ ,  $E_i = 2a(q_{iz} - o_{iz})$ ,

$K_i = \pm 2a \sin \varepsilon_i (q_{ix} - o_{ix}) \mp 2a \cos \varepsilon_i (q_{iy} - o_{iy})$  (dấu +, - phụ thuộc vào thứ tự chân).

Khi đó, phương trình (14) với ẩn số  $\psi_i$  trở thành:

$$H_i = E_i \sin\psi_i + K_i \cos\psi_i \quad (15)$$

Giải phương trình (15) nhận được:

$$\psi_i = \arcsin \frac{H_i}{\sqrt{E_i^2 + K_i^2}} - \arctan 2(K_i, E_i) \quad (16)$$

Như vậy, động học ngược của bộ Stewart sử dụng liên kết dạng cơ cấu tay quay-thanh truyền được xác định bởi các phương trình (2), (3), (16). Vấn đề tiếp theo là sử dụng động học ngược để đánh giá không gian làm việc của bộ.

### 3. ĐÁNH GIÁ KHÔNG GIẠN LÀM VIỆC CỦA BỘ STEWART SỬ DỤNG LIÊN KẾT DẠNG CƠ CẤU TAY QUAY-THANH TRUYỀN



**Hình 7.** Bộ Stewart của hãng Servo and Simulation tại phòng thí nghiệm.

Bộ Stewart tại PTN Viện TĐH KTQS có các thông số như sau:

Động cơ: 2,2 kW, 1705 rpm, được điều khiển bằng biến tần, phản hồi vị trí trực hộp số.

Tham số mặt trên bộ:  $r_P = 160$  cm,  $\varphi_P = 115^\circ$ .

Tham số mặt dưới bộ:  $r_B = 160$  cm,  $\varphi_B = 30^\circ$ .

$\alpha = 90^\circ$ ,  $\delta = 30^\circ$ ,  $r_1 = 36$  cm,  $b = 5$  cm,  $a = 32$  cm,  $OB = 23$  cm,  $s = 160$  cm.

Tải trọng bộ và công suất:

Tải trọng: 2000 kg, khối lượng mặt trên 1000 kg, tải trọng tổng: 3000 kg.

Tải trọng 1 trục:  $3000/6 = 500$  kg.

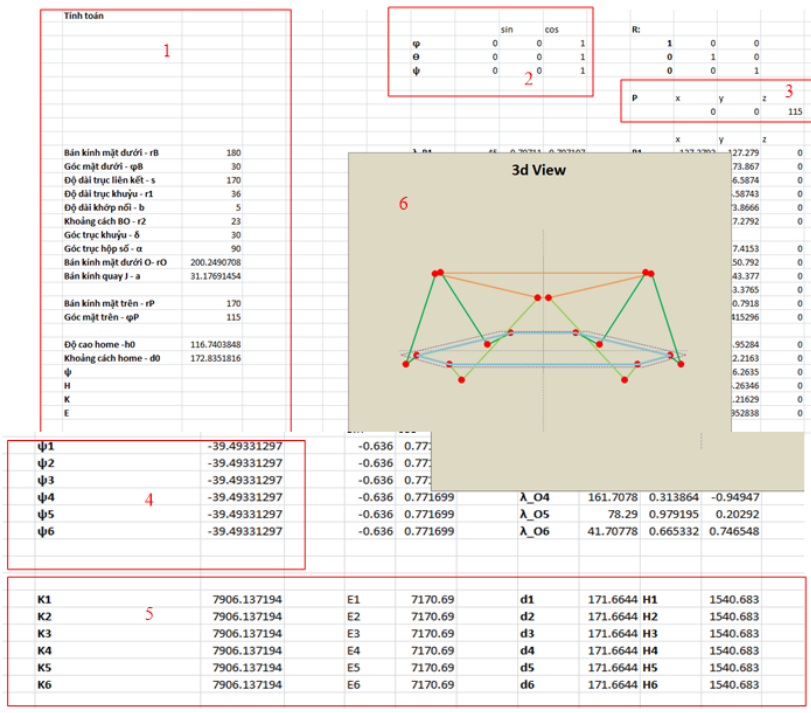
Độ dài tay đòn  $a = 32$  cm = 0.32 m.  $M = 500 \cdot 9.8 \cdot 0.32 \approx 1600$  Nm.

$M_{\text{động cơ}} = 9.55 \cdot P/N = 9.55 \cdot 2200/1705 = 12.3$  Nm.

Giả thiết hộp số có tỉ số truyền  $i = 150 \rightarrow M = 1800$  Nm.

Đánh giá không gian làm việc của bệ:

Từ kết quả phân tích động học ngược, tiến hành xây dựng công cụ tính toán không gian làm việc của hệ trên Excel:



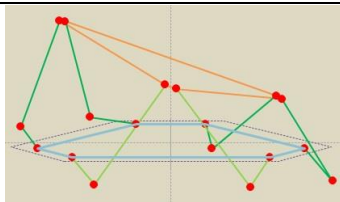
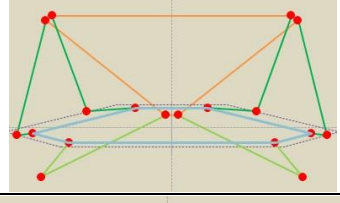
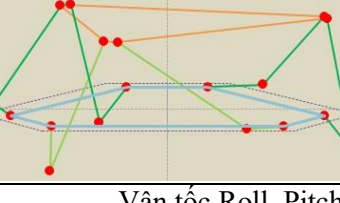
**Hình 8.** Công cụ tính toán không gian làm việc bệ:

- 1- Tham số kích thước; 2 – Góc Roll, Pitch, Yaw; 3 – Surge, Sway, Heave;
- 4 – Góc quay tay quay; 5 – Các giá trị H, K, E, d; 6 – Mô hình điểm của bệ.

**Bảng 2.** Không gian làm việc bệ trước khi mở rộng.

Vị trí	$\psi_i$ (độ)	$d_i$ (cm)	$h$ (cm)	$\varphi, \theta, \psi$ (độ)
$\varphi = 13^\circ$	-39.90	160.18	110	$13^\circ, 0, 0$
	12.50	183.24		
	4.91	179.85		
	-95.72	137.80		
	-91.84	139.75		
	-44.67	158.01		
$\theta = 15^\circ$	-116.59	132.82		$0, 15^\circ, 0$
	-15.03	171.16		
	-4.96	176.53		
	-4.96	176.53		
	-15.03	171.16		
	-116.59	132.82		
$\psi = 15^\circ$	-94.47	132.04		$0, 0, 15^\circ$
	23.56	190.17		
	-94.47	132.04		
	23.56	190.17		
	-94.47	132.04		
	23.56	190.17		
Vận tốc Roll, Pitch, Yaw lớn nhất: 15 %/s				

**Bảng 3.** Không gian làm việc bề sau khi mở rộng (tăng độ dài tay quay 1.5 lần).

Vị trí		$\psi_i$ (độ)	$d_i$ (cm)	$h$ (cm)	$\varphi, \theta, \psi$ (độ)
$\varphi = 23^\circ$		-40.43	158.36	105	23°, 0, 0
		28.25	200.50		
		14.59	191.88		
		-115.64	121.13		
		-100.17	130.04		
		-46.32	154.70		
$\theta = 23^\circ$		-118.75	122.13		0, 23°, 0
		-14.89	173.33		
		-3.19	183.98		
		-3.19	183.98		
		-14.89	173.33		
		-118.75	122.13		
$\psi = 20^\circ$		-80.32	121.09		0, 0, 20°
		5.73	199.60		
		-80.32	121.09		
		5.73	199.60		
		-80.32	121.09		
		5.73	199.60		
Vận tốc Roll, Pitch, Yaw lớn nhất: 23 %/s					

Có thể thấy rằng sau khi tăng độ dài tay quay lên 1.5 lần (từ 36 cm lên 54 cm) thì không gian làm việc và tốc độ làm việc được tăng lên như mong muốn. Một điểm cần lưu ý là lúc này tải trọng bề sẽ bị giảm xuống do mô men tác động lên đầu trục thay đổi, để giữ nguyên được tải trọng bề cần tăng công suất động cơ tương ứng.

Giải pháp tiếp theo có thể được xem xét đó là giảm kích thước mặt công tác của bề, song điều này còn phụ thuộc vào đối tượng thử nghiệm và độ cứng vững (trọng tâm có thể bị lệch ra ngoài mặt đế) và chưa được đề cập đến trong khuôn khổ bài báo này.

#### 4. KẾT LUẬN

Bằng phương pháp phân tích tính toán động học ngược của bề Stewart sử dụng liên kết dạng cơ cấu tay quay-thanh truyền, báo cáo đã xác định được không gian làm việc của bề Stewart của hãng Servo&Simulation đang trang bị trong phòng thí nghiệm của Viện TĐH KTQS đồng thời đề xuất giải pháp thay đổi kích thước hình học của bề để đáp ứng được không gian làm việc theo yêu cầu. Đây là cơ sở khoa học để cải tiến bề Stewart của hãng Servo&Simulation trong thời gian sắp tới và cũng là cơ sở khoa học để tính toán các bề Stewart sử dụng liên kết dạng cơ cấu tay quay-thanh truyền trong tương lai.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hexapod – Stewart platform, <http://www.symetre.fr>.
- [2]. Filip Szufnarowcki “Stewart platform with fixed rotary actuators: a low cost design study”, <http://mememememememe.me>.
- [3]. Viện Tự động hóa Kỹ thuật quân sự. “Tài liệu kỹ thuật thiết bị phòng thí nghiệm các hệ thống điều khiển hóa lực trên phương tiện cơ động”, Hà Nội, (2017).
- [4]. Lê Việt Hồng “Báo cáo tổng hợp đề tài nghiên cứu thiết kế chế tạo hệ thống tự động ổn định đường ngắm và đường bắn cho PPK Zu23-2N”, Hà Nội, (2023).
- [5]. K. Liu, J. M. Fitzgerald, F. L. Lewis. “Kinematic analysis of a Stewart platform manipulator”, IEEE Transactions on Industry Vol.10, ISSnez.
- [6]. “Analysis of dispersion error characteristics under the impact load of antiaircraft gun shooting”, Nanjing University of Science and Technology, (2012).

**ABSTRACT**

**Research on building a solution to expand the working space  
for the crank - rod Stewart platform**

*The article addresses the issue of expanding the working space of the connecting rod-cranked Stewart unit. By constructing the inverse kinematics of the rod-cranked Stewart system precisely according to its parameters, the platform's responsiveness to the working space can be tested. To expand the working space for the pedestal, the article proposed to change some geometric dimensions of the pedestal. The results of the paper have been verified by simulation.*

**Từ khóa:** Stewart platform; Inverse dynamic; Working space.