

## Nhận dạng các tham số biến đổi theo thời gian của hệ thống tuyến tính không dừng

Lê Văn Tuấn\*

Viện Tự động hóa Kỹ thuật quân sự, Viện Khoa học và Công nghệ quân sự, 89B Lý Nam Đế, Cửa Đông, Hoàn Kiếm, Hà Nội, Việt Nam.

\*Email: visaosang89@gmail.com

Nhận bài: 09/01/2024; Hoàn thiện: 08/3/2024; Chấp nhận đăng: 14/3/2024; Xuất bản: 01/4/2024.

DOI: <https://doi.org/10.54939/1859-1043.j.mst.CAPITI.2024.168-174>

### TÓM TẮT

*Nhận dạng các tham số biến đổi theo thời gian của hệ thống tuyến tính không dừng là một bài toán phức tạp, cho đến ngày hôm nay vẫn chưa có một phương pháp tổng quát để giải quyết bài toán trên. Trong bài báo này, đề xuất một phương pháp nhận dạng mới giúp tham số hóa mô hình đối tượng điều khiển với các tham số biến đổi tuyến tính từng đoạn theo thời gian về mô hình hồi quy tuyến tính. Sau đó, kết hợp sử dụng phương pháp hồi quy động mở rộng (DREM) để ước lượng các tham số của mô hình này giúp tăng độ chính xác hội tụ các tham số về giá trị thực. Các mô phỏng trên Matlab/Simulink chứng minh cho tính đúng đắn của thuật toán đã đề xuất.*

**Từ khóa:** Nhận dạng; Hệ thống tuyến tính không dừng; Tham số hóa; Mô hình hồi quy tuyến tính.

### 1. MỞ ĐẦU

Vấn đề tổng hợp luật điều khiển cho các hệ thống tuyến tính không dừng (biến đổi theo thời gian) cho đến ngày hôm nay vẫn là bài toán không hề đơn giản. Theo quan điểm của tác giả một phương pháp điều khiển chung cho hệ thống tuyến tính với các tham số biến đổi chưa biết là không tồn tại. Và mỗi phương pháp đều tập trung vào giải quyết bài toán điều khiển theo những giả định nhất định về đối tượng điều khiển, ví dụ như trong các nghiên cứu [1-8]. Các phương pháp phổ biến để điều khiển các hệ thống động có phản hồi ngược mạnh [1, 2] giả định rằng một hệ thống tuyến tính tĩnh được biểu diễn dưới dạng cổ điển như sau:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + \underline{b}u + \underline{\theta}(t)y \\ y &= \underline{c}^T \underline{x}\end{aligned}$$

Trong đó:  $\underline{x}(t) \in R^n$  - Vector không đo được của các biến trạng thái mô hình;  $A$  - Ma trận  $(n \times n)$ ;  $\underline{b}$  - Vector  $(n \times 1)$ ;  $\underline{c}$  - Vector  $(n \times 1)$  là những ma trận và vector bất biết chưa rõ;  $\underline{\theta}(t) \in R^n$  - Vector tham số biến chưa rõ;  $y(t) \in R^1$  - Biến đầu ra của hệ thống đo được;  $u(t) \in R^1$  - Luật điều khiển. Giả sử hàm truyền của hệ thống  $H(p) = \underline{c}^T (pI - A)^{-1} \underline{b} = B(p) / A(p)$  có đa thức  $B(p)$  - Hurwitz, trong nghiên cứu [1, 2] đã tổng hợp một khâu động học đặc biệt kích thước  $\rho - 1$  (với  $\rho$  là bậc của hàm truyền  $H(p) = B(p) / A(p)$ ) để đảm bảo sự ổn định cho đối tượng tuyến tính động với hệ số phản hồi ngược đủ lớn. Dễ dàng nhận thấy lớp mô hình đối tượng trong nghiên cứu [1, 2] có ít nhất 2 hạn chế như sau: đầu tiên là đa thức  $B(p)$  - Hurwitz, thứ 2 là vector tham số biến chưa rõ  $\underline{\theta}(t)$  nhân với biến đầu ra đo được  $y(t)$ , chứ không phải nhân với vector biến trạng thái không đo được  $\underline{x}(t)$ .

Trong bài báo này, xem xét hệ thống tuyến tính không dừng có mô hình như sau:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}(t) &= A(t)\underline{x}(t) + \underline{b}(t)u(t) \\ y(t) &= \underline{c}^T(t)\underline{x}(t)\end{aligned}$$

Trong đó, các tham số của ma trận và vector  $A(t)$ ,  $\underline{b}(t)$ ,  $\underline{c}(t)$  - Biến đổi tuyến tính theo thời

gian. Có thể thấy đối tượng điều khiển của hệ thống dạng này khác hẳn so với đối tượng đã được nghiên cứu ở các công trình [1-8], đó là không có các hạn chế ở mô hình, tuy nhiên có giả định chặt chẽ hơn về các tham số chưa biết, khi mà chúng là các hàm biến đổi tuyến tính theo thời gian. Các tham số biến đổi tuyến tính theo thời gian có thể bắt gặp trong các hệ thống cơ điện, hệ thống pin năng lượng mặt trời,... nơi các tham số đều có sự thay đổi so với giá trị danh nghĩa trong quá trình hoạt động. Cụ thể như điện trở của rotor sẽ thay đổi tuyến tính do quá trình nóng lên của động cơ điện khi hoạt động, hay các tham số của hệ thống pin năng lượng mặt trời sẽ thay đổi tuyến tính với cường độ bức xạ của mặt trời khi các đám mây đi ngang qua [14].

Phương pháp nhận dạng các tham số biến đổi theo thời gian của hệ thống tuyến tính không dừng đề xuất trong bài báo này dựa trên ý tưởng sau: đầu tiên là sử dụng thủ tục lặp để tham số hóa hệ thống tuyến tính không dừng và thu được mô hình hồi quy tuyến tính với các tham số biến đổi theo thời gian. Sau đó, sử dụng kết quả nghiên cứu [9] để nhận dạng các tham số của mô hình hồi quy tuyến tính. Từ đó, ta thu được kết quả nhận dạng các tham số của hệ thống ban đầu.

## 2. ĐẶT BÀI TOÁN

Xem xét hệ thống tuyến tính không dừng có dạng như sau:

$$y^{(n)} + \theta_{n+m}(t)y^{(n-1)} + \dots + \theta_{m+2}(t)\dot{y} + \theta_{m+1}(t)y = \theta_m(t)u^{(m)} + \dots + \theta_1(t)\dot{u} + \theta_0(t)u \quad (1)$$

Trong đó:  $y = y(t)$  và  $u = u(t)$  là các hàm theo thời gian đã biết và đo được; Hệ số  $m$  và  $n$  đã biết và  $n > m$ ; Đạo hàm của các tín hiệu  $y = y(t)$  và  $u = u(t)$  không đo được;  $\theta_i(t)$  là các tham số chưa biết và biến đổi tuyến tính theo thời gian, với  $i = 0, \dots, n + m$ .

Liên quan đến tham số  $\theta_i(t)$ , giả định như chúng sẽ biến đổi theo luật như sau:

$$\dot{\theta}_i = \beta_i = \begin{cases} \beta_{i,1} & \text{khi } 0 \leq t < t_{i,2}, \\ \beta_{i,2} & \text{khi } t_{i,2} \leq t < t_{i,3}, \\ \vdots & \\ \beta_{i,q} & \text{khi } t_{i,q} \leq t < t_{i,q+1}, \end{cases} \quad \text{Trong đó: } \beta_{i,j} \text{ là các hằng số chưa biết, } t_{i,j} \text{ là các số chưa biết, } j = 1, \dots, q, \text{ với } t_{i,j} \text{ là thời điểm thay đổi vận tốc của tham số } \theta_i(t).$$

Bài toán được đặt ra là tổng hợp thuật toán nhận dạng:

$$\hat{\theta}(t) = f(y, u) \quad (2)$$

để đảm bảo hội tụ tiệm cận tham số  $\hat{\theta}(t)$  đến vector tham số chưa biết  $\theta(t) = [\theta_{n+m}, \theta_{n+m-1}, \dots, \theta_m, \theta_{m-1}, \dots, \theta_0]^T$  trên khoảng thời gian  $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$  khi  $\Delta t \rightarrow \infty$  hay là

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0, \text{ với } \tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t) \quad (3)$$

Do việc mô tả lời giải cho bài toán (2) đối với hệ thống có dạng tổng quát (1) là một quy trình lặp phức tạp, vì vậy, để dễ hiểu hơn về phương pháp được đề xuất trong bài báo, chúng ta sẽ xem xét trường hợp đơn giản hơn, về đối tượng điều khiển bậc 2 như sau:

$$\ddot{y} + \theta_2(t)\dot{y} + \theta_1(t)y = \theta_0(t)u \quad (4)$$

Cần lưu ý rằng việc phân tích mô hình bậc hai không thu hẹp phạm vi áp dụng của phương pháp này, mà nó chỉ thể hiện bản chất của thủ tục lặp để tổng hợp thuật toán nhận dạng.

## 3. TỔNG HỢP THUẬT TOÁN NHẬN DẠNG

### 3.1. Tham số hóa đối tượng điều khiển

Phần này ta sẽ sử dụng các toán tử sau cho các hàm phụ thuộc vào  $t$ :

- Toán tử đạo hàm:  $p = d / dt$ ;

- Các toán tử vi phân:  $L_1 = \frac{1}{p+1}$ ,  $L_2 = \frac{1}{p+\alpha}$ ,  $L_\alpha = \frac{\alpha}{p+\alpha}$ ,  $L_1 L_1 = \frac{1}{(p+1)^2}$ ;

- Quan hệ sau:  $L_\alpha \{ \chi_1 \chi_2 \} = \chi_1 L_\alpha \{ \chi_2 \} - L_2 \{ \dot{\chi}_1 L_\alpha \{ \chi_2 \} \}$  hay viết cụ thể ra

$$\frac{\alpha}{p+\alpha} \{ \chi_1 \chi_2 \} = \chi_1 \frac{\alpha}{p+\alpha} \{ \chi_2 \} - \frac{1}{p+\alpha} \left\{ \dot{\chi}_1 \frac{\alpha}{p+\alpha} \{ \chi_2 \} \right\} \quad (*)$$

với  $\chi_1, \chi_2$  là các hàm theo thời gian  $t$  và  $\chi_1$  đạo hàm được.

**Lưu ý:** Quan hệ (\*) có thể nhận được khi ta xem xét một bộ lọc ổn định tuyến tính tĩnh có dạng  $W(p) = C^T (pI - A)^{-1} B + d$ . Theo Swapping Lemma trong tài liệu [10], ta sẽ có:

$$W(p) \{ \chi_1 \chi_2 \} = \chi_1 W(p) \{ \chi_2 \} + W_c(p) \{ \dot{\chi}_1 W_b(p) \{ \chi_2 \} \}$$

trong đó  $W_c(p) = -C^T (pI - A)^{-1}$ ,  $W_b(p) = (pI - A)^{-1} B$ . Nếu ta chọn  $C^T = 1$ ,  $I = 1$ ,  $A = -\alpha$ ,  $B = \alpha$ ,  $d = 0$ , khi đó ta sẽ dễ dàng nhận được quan hệ (\*).

Đối với đối tượng điều khiển (4), áp dụng toán tử  $L_1 L_1$  ta nhận được:

$$L_1 L_1 \{ \ddot{y} \} + L_1 L_1 \{ \theta_2 \dot{y} \} + L_1 L_1 \{ \theta_1 y \} = L_1 L_1 \{ \theta_0 u \} \quad (5)$$

Chúng ta sẽ xem xét riêng từng số hạng của phương trình (5) trên khoảng thời gian  $t_{i,j}$  và áp dụng quan hệ (\*) với  $\alpha = 1$ :

$$r = L_1 L_1 \{ \ddot{y} \} = \frac{1}{(p+1)^2} \{ \ddot{y} \} = \frac{p^2}{(p+1)^2} \{ y \} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} L_1 L_1 \{ \theta_2 \dot{y} \} &= \frac{1}{(p+1)^2} \{ \theta_2 \dot{y} \} = \frac{1}{(p+1)} \frac{1}{(p+1)} \{ \theta_2 \dot{y} \} \\ &= \frac{1}{(p+1)} \left\{ \theta_2 \frac{1}{(p+1)} \{ \dot{y} \} - \frac{1}{(p+1)} \left\{ \dot{\theta}_2 \frac{1}{(p+1)} \{ \dot{y} \} \right\} \right\} \\ &= \theta_2 \frac{p}{(p+1)^2} \{ y \} - 2\beta_2 \frac{p}{(p+1)^3} \{ y \} = -\theta_2 \varphi_1 - \beta_2 \varphi_2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} L_1 L_1 \{ \theta_1 y \} &= \frac{1}{(p+1)^2} \{ \theta_1 y \} = \frac{1}{(p+1)} \left\{ \theta_1 \frac{1}{(p+1)} \{ y \} \right\} - \beta_1 \frac{1}{(p+1)^3} \{ y \} \\ &= \theta_1 \frac{1}{(p+1)^2} \{ y \} - 2\beta_1 \frac{1}{(p+1)^3} \{ y \} = -\theta_1 \varphi_3 - \beta_1 \varphi_4 \end{aligned} \quad (8)$$

$$L_1 L_1 \{ \theta_0 u \} = \frac{1}{(p+1)^2} \{ \theta_0 u \} = \theta_0 \frac{1}{(p+1)^2} \{ u \} - 2\beta_0 \frac{1}{(p+1)^3} \{ u \} = \theta_0 \varphi_5 + \beta_0 \varphi_6 \quad (9)$$

Thay thế các phân tử từ phương trình (6)-(9) vào phương trình (4), ta nhận được mô hình hồi quy tuyến tính:

$$r = \theta_2 \varphi_1 + \beta_2 \varphi_2 + \theta_1 \varphi_3 + \beta_1 \varphi_4 + \theta_0 \varphi_5 + \beta_0 \varphi_6 \quad (10)$$

Như vậy, từ thủ tục tham số hóa mô hình (4) nêu trên có thể thấy rằng, nếu ta sử dụng toán tử  $1/(p+1)^n$  cho phương trình (1) sẽ thu được mô hình hồi quy tuyến tính dạng tương tự (10) như sau:

$$r = \underline{\theta}^T \underline{\omega} + \underline{\beta}^T \underline{g} \quad (11)$$

Với  $\underline{\theta} = [\theta_{n+m}, \dots, \theta_m, \theta_{m-1}, \dots, \theta_0]^T$  và  $\underline{\beta} = [\beta_{n+m}, \dots, \beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_0]^T$  là các vector tham số thay đổi và vector tham số hằng chưa biết trên khoảng thời gian  $t_{i,j}$ ;  $\underline{\omega}$  và  $\underline{g}$  là các vector đã biết.

### 3.2. Nhận dạng các tham số

Phần này ta sẽ sử dụng thuật toán DREM [11] để nhận dạng các vector tham số  $\underline{\theta}$  và  $\underline{\beta}$ .

Áp dụng thuật toán trình bày trong nghiên cứu [9], ta sử dụng  $n+m+1$  bộ lọc dạng  $H_k(p) = \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k}$ , với  $\lambda_k > 0$ , cho mô hình hồi quy (11):

$$\frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{r\} = \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{\underline{\theta}^T \underline{\omega}\} + \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{\underline{\beta}^T \underline{g}\} = \underline{\theta}^T \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{\underline{\omega}\} - \underline{\beta}^T \frac{\lambda_k}{(p + \lambda_k)^2} \{\underline{\omega}\} + \underline{\beta}^T \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{\underline{g}\}$$

Đặt  $z_k = \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{r\}$ ,  $\phi_i = \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{\underline{\omega}\}$  và  $\xi_k = -\frac{\lambda_k}{(p + \lambda_k)^2} \{\underline{\omega}\} + \frac{\lambda_k}{p + \lambda_k} \{\underline{g}\}$ . Ta lập các ma trận

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n+m+1} \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \vdots \\ \phi_{n+m+1}^T \end{bmatrix}, \Xi = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \vdots \\ \xi_{n+m+1}^T \end{bmatrix} \text{ và biểu diễn mô hình hồi quy tuyến tính dạng ma trận:}$$

$$\begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\omega}^T \\ \Phi \end{bmatrix} \underline{\theta} + \begin{bmatrix} \underline{g}^T \\ \Xi \end{bmatrix} \underline{\beta} \quad (12)$$

Tạo ma trận  $T = [\underline{\omega} \det(\Phi) \quad -\underline{\omega} \underline{\omega}^T \text{adj}(\Phi)]$ . Nhân vế trái của phương trình (12) với ma trận  $T$ , ta nhận được:

$$T \begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = [\underline{\omega} \underline{\omega}^T \det(\Phi) - \underline{\omega} \underline{\omega}^T \text{adj}(\Phi) \Phi] \underline{\theta} + T \begin{bmatrix} \underline{g}^T \\ \Xi \end{bmatrix} \underline{\beta}$$

Do  $\text{adj}(\Phi) \Phi = \det(\Phi) I$  nên  $T \begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \underline{g}^T \\ \Xi \end{bmatrix} \underline{\beta}$ . Ta biểu diễn  $Q = T \begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix}$  và  $N = T \begin{bmatrix} \underline{g}^T \\ \Xi \end{bmatrix}$ . Khi đó:

$$Q = N \underline{\beta} \quad (13)$$

Do cấu trúc ma trận  $T$  ( $\text{rank}(T) \leq 1$ ) nên ta có  $\text{rank}(N) \leq 1$ . Khi đó, từ (13) ta nhận được:

$$q(t) = \underline{\omega}^T(t) \underline{\beta}, \text{ trong đó } q \in \mathbb{R}^1 \text{ và } \underline{\omega} \in \mathbb{R}^{n+m+1} \text{ là các tín hiệu đo được.}$$

Áp dụng phương pháp DREM, ta thêm  $n+m$  khối trễ với thông số  $\tau_\mu$ ,  $\mu = \overline{1, n+m}$ , và nhận được phương trình ma trận như sau:

$$Y_e = A_e \underline{\beta} \quad (14)$$

trong đó,  $Y_e = \begin{bmatrix} q(t) \\ q(t - \tau_1) \\ \vdots \\ q(t - \tau_{n+m}) \end{bmatrix}$ ,  $A_e = \begin{bmatrix} \underline{\omega}^T(t) \\ \underline{\omega}^T(t - \tau_1) \\ \vdots \\ \underline{\omega}^T(t - \tau_{n+m}) \end{bmatrix}$ .

Nhân phương trình (14) với  $\text{adj}\{A_e\}$  ta nhận được:

$$Y(t) = \delta(t)\underline{\beta} \quad (15)$$

Trong đó:  $\delta = \det\{A_e\} \in \mathbb{R}^1$  là định thức của ma trận  $A_e$ ;  $Y = \text{adj}\{A_e\}Y_e$ ;  $Y_i = \delta \hat{\beta}_i$ .

Để ước lượng giá trị các của vector  $\underline{\beta}$  và  $\underline{\theta}$  ta sử dụng các thuật toán sau:

$$\dot{\hat{\beta}}_i = -\gamma_i \delta (\delta \hat{\beta}_i - Y_i) \quad (16)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \hat{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega (r - \mathcal{G}^T \hat{\beta}) \quad (17)$$

Trong đó:  $\gamma_i$  và  $\kappa$  là những số dương bất kỳ,  $\hat{\beta}_i$  và  $\hat{\theta}$  là ước lượng của các tham số  $\beta_i$  và  $\theta$ .

*Khẳng định.* Giả sử như vector  $\omega$  thỏa mãn điều kiện kích thích liên tục (có thể tham khảo các ví dụ ở nghiên cứu [12]) và hàm số  $\delta(t)$  thỏa mãn:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \int_{t_{i,j}}^{t_{i,j+1}} \delta^2(s) ds = \infty \quad (18)$$

Khi đó, thuật toán (16), (17) sẽ đảm bảo cho lời giải của bài toán (3).

*Chứng minh.* Đầu tiên ta sẽ chỉ ra rằng thuật toán (16) đảm bảo cho sự hội tụ của ước lượng  $\hat{\beta}_i$  về  $\beta_i$  trên khoảng thời gian  $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$  khi  $\Delta t \rightarrow \infty$ . Ta xem xét sai số ước lượng:

$$\tilde{\beta}_i = \hat{\beta}_i - \beta_i \quad (19)$$

Đạo hàm (19), kết hợp với phương trình (16), ta nhận được:

$$\dot{\tilde{\beta}}_i = \dot{\hat{\beta}}_i - \dot{\beta}_i = -\gamma_i \delta (\delta \hat{\beta}_i - Y_i) = -\gamma_i \delta^2 \tilde{\beta}_i + \gamma_i \delta Y_i = -\gamma_i \delta^2 \tilde{\beta}_i + \gamma_i \delta^2 \beta_i = -\gamma_i \delta^2 \tilde{\beta}_i \quad (20)$$

Tích phân (20) trên khoảng thời gian  $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$  ta có:

$$\tilde{\beta}_i(\Delta t) = \tilde{\beta}_i(t_{i,j}) \exp\left(-\gamma_i \int_{t_{i,j}}^{t_{i,j+1}} \delta^2(s) ds\right)$$

Từ đây, dễ dàng thấy được  $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\beta}_i(\Delta t) = 0$ .

Bây giờ tương tự như trên ta sẽ chứng minh được  $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0$ . Đạo hàm  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ , ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\theta}} &= \dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta} = \hat{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega (r - \mathcal{G}^T \hat{\beta}) - \beta = \tilde{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega (\omega^T \theta + \mathcal{G}^T \beta - \mathcal{G}^T \hat{\beta}) \\ &= \tilde{\beta} - \kappa \omega \omega^T \hat{\theta} + \kappa \omega \omega^T \theta + \kappa \omega \mathcal{G}^T \tilde{\beta} = \tilde{\beta} - \kappa \omega \omega^T \tilde{\theta} + \kappa \omega \mathcal{G}^T \tilde{\beta} \end{aligned}$$

Từ đây, dễ dàng nhận thấy (xem ví dụ trong [13]), khi  $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\beta}_i(\Delta t) = 0$  và vector  $\omega$  thỏa mãn điều kiện kích thích liên tục thì  $\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0$ .

#### 4. MÔ PHÒNG VÀ THẢO LUẬN

Để minh chứng cho tính đúng đắn của lý thuyết đã được xây dựng ở mục 3, nghiên cứu tiến hành mô phỏng trên môi trường Matlab/Simulink. Xem xét đối tượng điều khiển tuyến tính không dừng bậc 2 như mô hình (4). Giả sử như các tham số của đối tượng biến đổi như sau:

$$\theta_0(t) = 4 + \int \beta_0(t) dt, \quad \theta_1(t) = 2 + \int \beta_1(t) dt, \quad \theta_2(t) = 3 + \int \beta_2(t) dt$$

Trong đó:

$$\dot{\theta}_0(t) = \beta_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } 0 \leq t < 100 \\ 0,01 & \text{khi } 100 \leq t < 200 \\ 0 & \text{khi } 200 \leq t < 300 \\ -0,005 & \text{khi } 300 \leq t < 400 \\ 0 & \text{khi } 400 \leq t < 500 \end{cases}$$

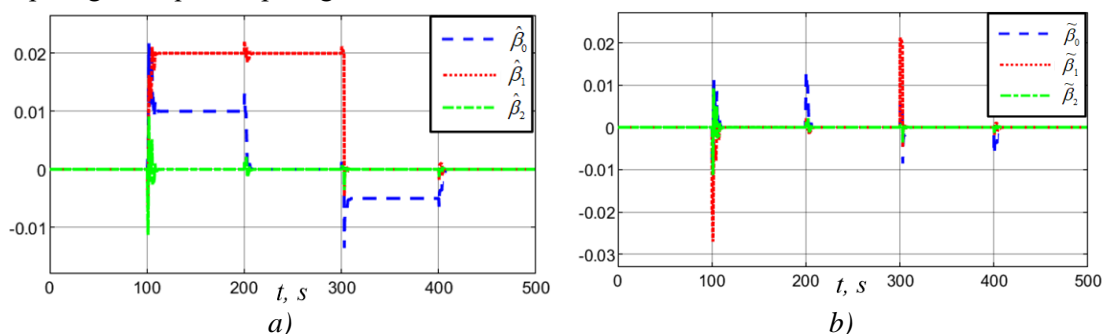
$$\dot{\theta}_1(t) = \beta_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } 0 \leq t < 100 \\ 0,02 & \text{khi } 100 \leq t < 300 \\ 0 & \text{khi } 300 \leq t < 500 \end{cases}$$

$$\dot{\theta}_2(t) = \beta_2(t) = 0 \quad \text{khi } 0 \leq t < 500$$

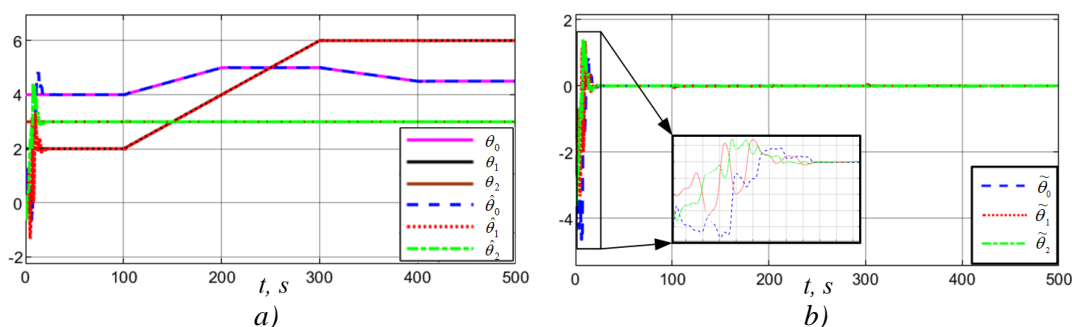
Giả sử tín hiệu điều khiển đầu vào có dạng:

$$u(t) = 1 + 10\sin(4t) + 10\sin(2t)$$

Lựa chọn các thông số  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3, \tau_1 = 0,1, \tau_2 = 0,2, \gamma_i = 10^8, \kappa = 1$  và tiến hành mô phỏng. Kết quả mô phỏng thể hiện trên các hình 1, hình 2.



Hình 1. Đồ thị đáp ứng của ước lượng các tham số  $\hat{\beta}_i(t)$  và sai số  $\tilde{\beta}_i(t)$ .



Hình 2. Đồ thị đáp ứng của ước lượng các tham số  $\hat{\theta}_i(t)$  và sai số  $\tilde{\theta}_i(t)$ .

Để dàng nhận thấy ở hình 1-a và 2-a sau một thời gian các tham số ước lượng  $\hat{\beta}_i(t)$  và  $\hat{\theta}_i(t)$  sẽ hội tụ về giá trị thực tế  $\beta_i(t)$  và  $\theta_i(t)$ . Tương ứng như vậy, ở hình 1-b và 2-b các sai số ước lượng  $\tilde{\beta}_i(t)$  và  $\tilde{\theta}_i(t)$  cũng sẽ tiệm cận về 0 sau khoảng thời gian trên. Điều này thể hiện rằng thuật toán đề xuất đã đảm bảo làm việc tốt cho mục tiêu (3) của bài toán nhận dạng.

## 5. KẾT LUẬN

Bài báo đã đề xuất phương pháp tổng hợp thuật toán nhận dạng cho một lớp mô hình hệ thống tuyến tính không dừng có các tham số biến đổi tuyến tính từng đoạn theo thời gian như (1). Để

xuất các thuật toán nhận dạng (16)-(17), đảm bảo hội tụ tiệm cận các tham số trong khoảng thời gian  $\Delta t \rightarrow \infty$  khi thỏa mãn điều kiện kích thích liên tục đối với vector  $\underline{w}$  và đẳng thức (18) đối với hàm  $\delta(t)$ . Kết quả mô phỏng đã minh chứng cho khả năng làm việc hiệu quả của phương pháp đề xuất. Trong các nghiên cứu tiếp theo, sẽ sử dụng phương pháp trên để nhận dạng các tham số của hệ thống thực tế như hệ thống động cơ điện đồng bộ nam châm vĩnh cửu [15], hay hệ thống pin năng lượng mặt trời [14] khi có sự thay đổi của các tham số.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. A.A. Bobtsov, A.G. Nagovitsina, “Adaptive control of linear nonstationary objects output,” *Avtomatika i Telemekhanika*, no. 12, pp. 163–174, (2006).
- [2]. A.A. Bobtsov, V.V. Grigoryev, A.G. Nagovitsina, “Adaptive control algorithm by nonstationary object in terms of disturbance and delay time,” *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, no. 1, pp. 8–14, (2007).
- [3]. A.M. Cykunov, “Robust control of nonstationary objects,” *Avtomatika i Telemekhanika*, no. 2, pp. 117–125, (1996).
- [4]. Ju.N. Andreev, “Control of finite-dimensional linear objects,” Moscow, Nauka, 424 p, (1976).
- [5]. N.E. Barabanov, “On stabilization of linear nonstationary systems with uncertainty in coefficients,” *Avtomatika i Telemekhanika*, no. 10, pp. 30–37, (1990).
- [6]. K.S. Tsakalis, P.A. Ioannou, “Linear time varying systems: control and adaptation,” Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, (1993).
- [7]. Y. Zhang, B. Fidan, P.A. Ioannou, “Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters,” *IEEE Trans. Automat. Contr*, vol. 48, no. 11, p. 1908–1925, (2003).
- [8]. V.D. Jurkevich, “Synthesis of nonlinear nonstationary control systems with multi-tempo processes,” SPb, Nauka, 288 p, (2000).
- [9]. C. Wang, V.T. Le, A.A. Pyrkin, S.A. Kolyubin, A.A. Bobtsov, “Identification of Piecewise Linear Parameters of Regression Models of Non-Stationary Deterministic Systems,” *Avtomatika i Telemekhanika*, no. 12, pp. 71–82, (2018).
- [10]. P.A. Ioannou, J. Sun, “Robust adaptive control,” California, PTR Prentice-Hall, (1996).
- [11]. S. Aranovskiy, A. Bobtsov, R. Ortega, A. Pyrkin, “Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing,” *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550, (2016).
- [12]. S. Sastry, M. Bodson, “Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness,” Courier Dover Publications, 400 p, (2011).
- [13]. A.A. Pyrkin, A.A. Bobtsov, A.A. Vedyakov, S.A. Kolyubin, “Estimation of polyharmonic signal parameters,” *Avtomatika i Telemekhanika*, no. 8, pp. 94–114, (2015).
- [14]. A. Pyrkin, F. Mancilla-David, R. Ortega, A. Bobtsov, S. Aranovskiy, “Identification of Photovoltaic Arrays’ Maximum Power Extraction Point via Dynamic Regressor Extension and Mixing,” *Int. J. Adaptive Control Signal Process*, vol. 31, no. 9, pp. 1337–1349, (2017).
- [15]. A.A. Bobtsov, A.A. Pyrkin, R. Ortega, “Adaptive flux observer for permanent magnet synchronous motors,” *Sci.Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt*, vol. 15, no. 1, pp. 40–45, (2015).

### ABSTRACT

#### Identification of time-varying parameters of linear time-varying systems

*Identification of time-varying parameters of linear time-varying systems is a complex problem, and until today there is still no general method to solve the above problem. In this article, a new identification method is proposed to help parameterize the control object model with parameters that vary linearly over time into a linear regression model. Then combine the use of dynamic regressor extension and mixing method (DREM) to estimate the parameters of this model to help increase the accuracy of convergence of the parameters to the real value. Simulations on Matlab/Simulink demonstrate the correctness of the proposed algorithm.*

**Keywords:** Identification; Linear time-varying system; Parametrization; Linear regression model.