VỀ MỘT HỆ LUẬT NGÔN NGỮ XÂY DỰNG TOÁN TỬ HINT VÀ ÁP DỤNG TRONG NÂNG CAO ĐỘ TƯƠNG PHẢN ẢNH MẦU

Nguyễn Văn Quyền[1*], Ngô Hoàng Huy[2], Nguyễn Văn Đoàn[2], Phạm Thị Kim Dung[2]

Tóm tắt: *Nâng cao độ tương phản ảnh có hai phương pháp chính (1) phương gián tiếp và (2) phương trực tiếp. Trong khi các phương pháp gián tiếp chỉ biến đổi histogram mà không sử dụng bất kỳ một độ đo tương phản nào, các kỹ thuật này cũng chỉ tác động lên toàn ảnh chứ không tác động lên từng điểm ảnh [5-8] thì các phương pháp trực tiếp thiết lập các điều kiện của phép đo độ tương phản và tác động trực tiếp lên từng điểm ảnh [1-2, 9-14]. Theo hướng trực tiếp, chúng tôi đã xây dựng toán tử Hint dựa trên một hệ 5 luật ngôn ngữ với một gia tử nhấn "Very" và được giải bằng công cụ của Đại số gia tử [9, 14]. Trong bài báo này, chúng tôi chứng minh rằng, hệ 5 luật như vậy có kết quả tương đương với hệ 7 luật sử dụng hai gia tử nhấn "Very" và "Little".*

Từ khóa: Nâng cao độ tương phản ảnh trực tiếp; S-function; Toán tử tăng cường mờ; Phân cụm mờ; Đại số gia tử; Histogram mờ; Ảnh đa kênh; Toán tử Hint.

1. MỞ ĐẦU

Nâng cao độ tương phản ảnh là một vấn đề quan trọng trong xử lý và phân tích hình ảnh. Đây là một bước cơ bản trong phân đoạn ảnh [1]. Có hai phương pháp thông dụng để nâng cao độ tương phản ảnh (1) phương gián tiếp và (2) phương trực tiếp [2]. Trong khi các phương pháp gián tiếp chỉ biến đổi histogram của ảnh và tác động lên toàn ảnh chứ không tác động lên từng điểm ảnh [5-8], thì các phương pháp trực tiếp thiết lập các điều kiện của phép đo độ tương phản và tác động trực tiếp lên từng điểm ảnh [9-14]. Phương pháp trực tiếp, như thuật toán sử dụng toán tử Hint đã chứng tỏ tính hiệu quả so với phương pháp gián tiếp [9, 14]. Phương pháp này đã sử dụng các hàm biến đổi tăng độ đo tương phản tại từng điểm ảnh nhưng vẫn bảo toàn chất lượng ảnh [9, 14].

Trong [9, 14], Hint được thiết kế dựa trên một hệ luật ngôn ngữ được biểu diễn trong Đại số gia tử [ĐSGT] như sau:

R_1 : Nếu x là **0** thì y là **0**;

R_2 : Nếu x là c^- thì y là very c^-;

R_3: Nếu x là **W** thì y là **W**;

R_4 : Nếu x là c^+ thì y là very c^+;

R_5 : Nếu x là **1** thì y là **1**.

Hệ năm luật trên chỉ sử dụng một gia tử "Very". Câu hỏi tự nhiên được đặt ra là nếu sử dụng nhiều hơn một gia tử thì kết quả của toán tử Hint có thể thay đổi tốt hơn không?

Trong bài báo này, chúng tôi chứng minh rằng việc mở rộng hệ luận ngôn ngữ lên 7 luật với hai gia tử nhấn là "Very" và "Little" để xây dựng toán tử Hint, ứng dụng vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng tiếp cận trực tiếp sẽ cho cùng kết quả với việc xây dựng toán tử Hint sử dụng hệ 5 luật ngôn ngữ với chỉ một gia tử nhấn "Very", điều này đã thể hiện độ mạnh mẽ của toán tử Hint trong phép lập luận đơn điệu tăng trong Đại số gia tử.

Phần còn lại của bài báo được cấu trúc như sau: Phần II trình bày các nghiên cứu liên quan; Phần III trình bày hệ 7 luật ngôn ngữ được mở rộng cho toán tử Hint và định lý chứng tỏ toán tử Hint [9] thỏa mãn hệ luật mới; Kết luận được đưa ra ở phần IV.

2. NGHIÊN CỨU LIÊN QUAN

2.1. Tổng quan về Đại số gia tử

2.1.1. Đại số gia tử của biến ngôn ngữ

Giả sử X là một biến ngôn ngữ và miền giá trị của X là $Dom(X)$. ĐSGT AX tương ứng của X là một bộ 4 thành phần $AX = (Dom(X), C, H, \leq)$, trong đó, C là tập các phần tử sinh, H là tập các gia tử và quan hệ "$\leq$" là quan hệ cảm sinh ngữ nghĩa trên X [3].

Trong ĐSGT $AX = (Dom(X), C, H, \leq)$ nếu $Dom(X)$ và C là tập sắp thứ tự tuyến tính thì AX được gọi là ĐSGT tuyến tính.

2.1.2. Các hàm đo trong ĐSGT tuyến tính

Trong phần này, ta sử dụng ĐSGT tuyến tính $AX = (X, C, H, \leq)$ với $C = \{c^-, c^+\} \cup \{0, 1, \mathrm{W}\}$, $H = \{H^- \cup H^+\}, H^- = \{h_{-1}, h_{-2}, \ldots h_{-q}\}$ thỏa $h_{-1} < h_{-2} < \ldots < h_{-q}$ và $H^+ = \{h_1, h_2, \ldots h_p\}$ thỏa $h_1 < h_2 < \ldots < h_p$ và $h_0 = I$ với I là toán tử đơn vị.

Gọi $H(x)$ là tập các phần tử của X sinh ra từ x bởi các gia tử. Độ đo tính mờ của x, ta ký hiệu là $fm(x)$, là đường kính của tập $f(H(x)) = \{f(u) : u \in H(x)\}$.

Định nghĩa 2.1 [4]. Cho ĐSGT $AX = (X, C, H, \leq)$. Hàm $fm: X \to [0,1]$ được gọi là hàm độ đo tính mờ của các phần tử trong X nếu:

(i) $fm(c^-) + fm(c^+) = 1$ và $\sum_{h \in H} fm(hu) = fm(u)$, với $\forall u \in X$;

(ii) $fm(x) = 0$ với mọi x sao cho $H(x) = \{x\}$. Đặc biệt $fm(0) = fm(\mathrm{W}) = fm(1) = 0$;

(ii) $\forall x, y \in X, \forall h \in H, \dfrac{fm(hx)}{fm(x)} = \dfrac{fm(hy)}{fm(y)}$, tỷ lệ này không phụ thuộc vào x, y và được gọi là độ đo tính mờ của gia tử h, ký hiệu là $\mu(h)$.

Mệnh đề 2.1 [4]. Cho *fm* là hàm độ đo tính mờ trên X, ta có:

$$\begin{aligned}
&\text{i) } fm(hx) = \mu(h)\, fm(x), \forall x \in X \\
&\text{ii) } fm(c^-) + fm(c^+) = 1 \\
&\text{iii) } \sum_{-q \le i \le p, i \neq 0} fm(h_i c) = fm(c), \forall c \in \{c^-, c^+\} \\
&\text{iv) } \sum_{-q \le i \le p, i \neq 0} fm(h_i x) = fm(x) \\
&\text{v) } \sum_{-q \le i \le -1} \mu(h_i) = \alpha \text{ và } \sum_{1 \le i \le p} \mu(h_i) = \beta, \text{ trong đó } \alpha, \beta > 0 \text{ và } \alpha + \beta = 1.
\end{aligned} \tag{1}$$

Định nghĩa 2.2 [4]. Hàm dấu *sign:* $X \to \{-1, 0, 1\}$ được định nghĩa đệ quy như sau:

$$\begin{aligned}
&\text{i) } sign(c^-) = -1, sign(c^+) = 1; \\
&\text{ii) } sign(h'hx) = -sign(hx) \text{ nếu } h'hx \neq hx \text{ và } h' \text{ âm đối với } h \text{ (}\textit{hoặc tương ứng với } c \textit{, nếu } h = I \,\&\, x = c\textit{);} \\
&\text{iii) } sign(h'hx) = sign(hx) \textit{ nếu } h'hx \neq hx \textit{ và } h' \textit{ dương đối với } h \text{ (hoặc } \textit{tương ứng với } c \textit{, nếu } h = I \,\&\, x = c\text{);} \\
&\text{iv) } sign(h'hx) = 0 \textit{, nếu } h'hx = hx.
\end{aligned} \tag{2}$$

Mệnh đề 2.2 [4]. *Với bất kỳ gia tử* $h \in H$ *và phần tử* $x \in X$, *nếu* $sign(hx) = 1$ *thì ta có* $hx > x$ *và nếu* $sign(hx) = -1$ *thì* $hx < x$.

Định nghĩa 2.3 [4]**. C**ho fm là hàm độ đo tính mờ trên X . Một hàm định lượng ngữ nghĩa v trên X (kết hợp với fm) được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned}
&v(\mathrm{W}) = \theta = fm(c^-)\ (0 < \theta < 1)\\
\text{i)}\ &v(c^-) = \theta - \alpha\, fm(c^-),\\
&v(c^+) = \theta + \alpha\, fm(c^+)\\
\text{ii)}\ &\forall j \neq 0, -q \le j \le p, v(h_j x) = v(x) + sign(h_j x)\{\textstyle\sum_{i=Sign(j)}^{j} fm(h_i x) - \omega(h_j x)\, fm(h_j x)\}
\end{aligned} \tag{3}$$

Trong đó, $\omega(h_j x) \in \{\alpha, \beta\}$, $\omega(h_j x) \overset{def}{=} \frac{1}{2}[1 + sign(h_j x) sign(h_p h_j x)(\beta - \alpha)]$.

Mệnh đề 2.3 [4]. $\forall x \in X, 0 \le v(x) \le 1$.

2.1.3. Phép nội suy sử dụng SQM (Semantically quantifying mapping - Ánh xạ định lượng ngữ nghĩa)

Xét hệ luật ngôn ngữ:

$$\begin{aligned}
&\text{Nếu } X_1 - A_{11} \text{ và... và } X_m - A_{1m} \text{ thì } Y_m = B_1\\
&\text{Nếu } X_1 - A_{21} \text{ và... và } X_m - A_{2m} \text{ thì } Y_m = B_2\\
&\ldots\ldots\ldots\\
&\text{Nếu } X_1 - A_{n1} \text{ và... và } X_m - A_{nm} \text{ thì } Y_m = B_n
\end{aligned} \tag{4}$$

Trong ĐSGT, phương pháp giải hệ luật (4) được thực hiện như sau:

Bước 1: Xác định ĐSGT cho các biến ngôn ngữ

X_j và Y là: $AX_j = (X_j, G_j, C_j, H_j, \le)$ và $AY = (Y, G, C, H, \le)$ tương ứng.

Giả sử v_{X_j} và v_Y là các SQM của các ĐSGT AX_j và AY của các biến ngôn ngữ X_j và Y tương ứng, $j = 1, 2, \ldots m$. Gọi $S_L = \left\{\left\{x_j\right\}_{j=\overline{1,m}}, y\right\}_{i=\overline{1,n}} \subset \prod_{j=1}^{n} X_j \times Y$ là siêu mặt ngôn ngữ và $S_{norm} = \left\{\left\{v_{X_j}(x_j)\right\}_{j=\overline{1,m}}, v_Y(y)\right\}_{x_j \in X_j, j=\overline{1,m}, y \in Y} \subset [0,1]^{m+1}$.

(2) sẽ được nhúng như n điểm $A_i = \left(A_{i1}, \ldots A_{im}, B_i\right)$ và sau đó, (2) mô tả siêu mặt ngôn ngữ S_L trong không gian $X_1 \times \ldots X_m \times Y$.

Bước 2: Xác định một phương pháp nội suy trên S_{norm}

Tính các SQM $v_{X_j}(A_{ij})$, $v_Y(B_i)$ ($j = \overline{1,m}, i = \overline{1,n}$) sử dụng công thức (1), (2) và (3).

Siêu mặt $S_{norm} \supset \left\{\left\{v_{X_j}(A_{ij})\right\}_{j=\overline{1,m}}, v_Y(B_i)\right\}_{i=\overline{1,n}}$ có thể được xác định bởi một hàm kết nhập m-đối f_{Snorm}, $v = f_{S_{norm}}(u_1, \ldots, u_m), v \in [0,1]$ và $u_j \in [0,1], j = \overline{1,m}$, thỏa mãn điều kiện $v_Y(B_i) = f_{S_{norm}}(v_{X1}(A_{i1}), \ldots v_{Xm}(A_{im})), i = \overline{1,n}$.

Chúng ta có thể sử dụng một trong rất nhiều phép nội suy đã có để thực hiện nội suy.

Bước 3: Tìm đầu ra chuẩn hóa về $[0,1]$ B_0 tương ứng với đầu vào A_0 đã chuẩn hóa về [0, 1]:

$$A_0 = \left(a_{0,1}, \ldots a_{0,m}\right), a_{0,j} \in [0,1]\ for\ j = \overline{1,m}, b_0 = f_{Snorm}\left(a_{0,1}, ..., a_{0,m}\right) \in [0,1] \tag{5}$$

2.2. Hint [9, 14]

Trong [9, 14], tác giả đã đề xuất một toán tử Hint được xây dựng dựa trên hệ luật gồm 5 luật và một gia tử very và các định lý liên quan như sau:

Định nghĩa 2.1 [9, 14**]**: Bộ 3 (AX, AY, F) gọi là toán tử HAINT (HA intensificator - Toán tử tăng cường của Đại số gia tử) nếu:

(i) $\mathrm{AX} = (X, C, \mathrm{W}, \mathrm{H}, \leq)$, $\mathrm{AY} = (Y, C, \mathrm{W}, \mathrm{H}, \leq)$ với

$Dom(X) \equiv Dom(Y), C = \{c^-, c^+\}$,

$c^- = \mathrm{low}, c^+ = high$, $H = H^- \cup H^+, H^- = \{little\}, H^+ = \{\mathrm{very}\}, \theta = fm(c^-), 1-\theta = fm(c^+)$,

$\alpha_X = \mu_X(little), \beta_X = 1-\alpha_X = \mu_X(\mathrm{very}), \alpha_Y = \mu_Y(little), \beta_Y = 1-\alpha_Y = \beta_Y(\mathrm{very}), \theta, \alpha_X, \alpha_Y \in [0,1]$,

v_X, v_Y là hàm định lượng ngữ nghĩa của ĐSGT trên X và Y tương ứng.

(ii) $\dfrac{v_Y(v.\mathrm{low})}{v_X(\mathrm{low})} < 1$

(iii) Hàm F: [0, 1] $\rightarrow$ [0, 1] đơn điệu tăng thực sự, liên tục (suy ra hàm ngược của F cũng đơn điệu tăng thực sự, liên tục) và tăng cường tại ngưỡng θ:

R_1: Nếu x là **0** thì y là **0**

R_2: Nếu x là c^- thì y là very c^-

R_3: Nếu x là **W** thì y là **W** (6)

R_4: Nếu x là c^+ thì y là very c^+

R_5: Nếu x là **1** thì y là **1**

Diễn giải trong miền giá trị số: (i) và (ii) tương đương với:

$F(v_x(c^-)) = v_Y(c^-), F(\theta) = \theta, F(v_x(c^+)) = v_Y(c^+)$

$F(v_x(\mathrm{low})) = v_Y(v.\mathrm{low})$

$F(v_x(high)) = v_Y(v.high)$

Suy ra: $F(0) = 0, F(\theta) = \theta, F(1) = 1$.

$F(\beta_X \theta) = \beta_Y^2 \theta$, $F(1-\beta_X(1-\theta)) = 1-\beta_Y^2(1-\theta)$

Định lý 1 [9, 14**]**: $m = \dfrac{v_Y(v.\mathrm{low})}{v_X(\mathrm{low})} = \dfrac{\beta_Y^2}{\beta_X} < 1$,

$$H\,\mathrm{int}(x) = \begin{cases} g_c(\theta, \beta_X, m)(x), 0 \leq x \leq \theta \\ 1 - g_c(1-\theta, \beta_X, m)(1-x), \theta \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

với hàm $g_c(\theta, \beta_x, m)(x_s)$ xác định như sau:

$$\gamma = \gamma(\beta_X, m) = \frac{\log\left(\dfrac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)}{\log\left(\dfrac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)},\ g_c(x) = \theta \frac{1-\left(\dfrac{\theta-x}{\theta+x}\right)^\gamma}{1+\left(\dfrac{\theta-x}{\theta+x}\right)^\gamma} = \theta \frac{(\theta+x)^\gamma - (\theta-x)^\gamma}{(\theta+x)^\gamma + (\theta-x)^\gamma}, \quad (8)$$

$0 \leq x \leq \theta$

hay $\dfrac{\theta - g_c(x)}{\theta + g_c(x)} = \left(\dfrac{\theta-x}{\theta+x}\right)^\gamma$, $\forall\, 0 \leq x \leq \theta$, tham số $\gamma = \gamma(\beta_X, m) = \dfrac{\log\left(\dfrac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)}{\log\left(\dfrac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)}$,

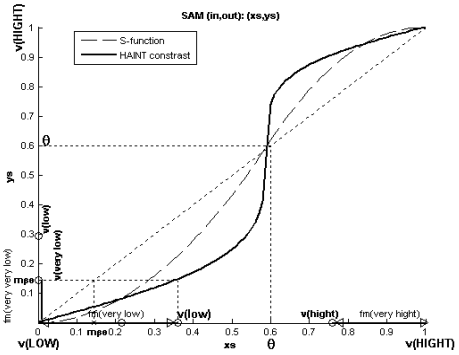
Khi đó (AX, AY, Hint) là một HA-intensificator, ngoài ra Hint thỏa mãn:

$$\max_{(0,\beta_X\theta]} \frac{H\,\mathrm{int}(x)}{x} = \min_{[\beta_X\theta,\theta]} \frac{H\,\mathrm{int}(x)}{x} = m,$$

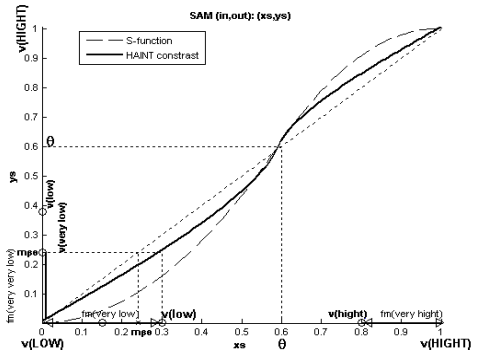
$$\max_{[\theta,\theta+\alpha_X\theta]} \frac{1-H\,\mathrm{int}(1-x)}{1-x} = \min_{[\theta+\alpha_X\theta,1]} \frac{1-H\,\mathrm{int}(1-x)}{1-x} = m$$

Chứng minh Định lý 1 có thể xem ở [9, 14].

Hình 1 và hình 2 đã diễn tả tính chất nhấn trong các trường hợp m thay đổi, cụ thể giá trị m càng lớn thì mức nâng tương phản càng ít.



Hình 1. *Trường hợp θ=0.6;β_x=0.6 > m=0.4.*



Hình 2. *Trường hợp θ=0.6;β_x=0.5 < m=0.8.*

Ta thấy toán tử Hint ở trên được xây dựng dựa trên hệ luật ngôn ngữ gồm 5 luật và chỉ một gia tử nhấn very mà không sử dụng gia tử little. Tính hiệu quả trong nâng cao độ tương phản ảnh mầu của Thuật toán sử dụng Hint ở trên đã chứng tỏ là tốt hơn phương pháp gián tiếp và tốt hơn thuật toán theo phương pháp trực tiếp của Cheng [1, 2].

3. KỸ THUẬT ĐỀ XUẤT

3.1. Mở rộng hệ luật thành 7 luật với việc bổ sung gia tử little

Phần này trình bày về hệ 7 luật ngôn ngữ với hai gia tử nhất "Verry" và "Little" là mở rộng của hệ 5 luật ngôn ngữ trong [9] được sử dụng để xây dựng toán tử Hint và Chứng minh toán tử Hint [9] thỏa mãn hệ luật mới này.

R₁: Nếu x là c^- thì y là c^-

R₂: Nếu x là c^+ thì y là c^+

R₃: Nếu x là **W** thì y là **W**

R₄: Nếu là **low** thì là **very low** (9)

R₅: Nếu là **high** thì là **very high**

R₆: Nếu là **little low** thì là **low**

R₇: Nếu là little **high** thì là **high**

Mệnh đề 3.1:

Với $\beta_X \in (\beta_Y^2,1), m \overset{def}{=} \dfrac{\beta_Y^2}{\beta_X}$

$$v_x \in [0,1] \mapsto T_{1,\theta}(v_x) \overset{def}{=} \frac{|v_x-\theta|}{v_x+\theta}, v_x \in [0,1] \mapsto T_{1,1-\theta}(v_x) \overset{def}{=} \frac{|v_x-(1-\theta)|}{v_x+(1-\theta)}$$

$$\gamma = \gamma(\beta_X, m) \in (0, m) : \left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^{\gamma} = \frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}, C \in [0,1] \mapsto T_2(C) \overset{def}{=} C^{\gamma} \tag{10}$$

$$F(v_x) = \begin{cases} \left(T_{1,\theta} \left| [0,\theta] \right.\right)^{-1} \left(T_2\left(T_{1,\theta}(v_x)\right)\right), 0 \le v_x \le \theta \\ 1 - \left(T_{1,1-\theta} \left| [0,1-\theta] \right.\right)^{-1} \left(T_2\left(T_{1,1-\theta}(1-v_x)\right)\right), \theta \le v_x \le 1 \end{cases} \tag{11}$$

Chi tiết hơn

$$\gamma = \gamma(\beta_X, m) = \frac{\log\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)}{\log\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)} \tag{12}$$

$$F(v_x) = \begin{cases} \theta \dfrac{1-\left(\dfrac{\theta - v_x}{\theta + v_x}\right)^{\gamma}}{1+\left(\dfrac{\theta - v_x}{\theta + v_x}\right)^{\gamma}}, 0 \le v_x \le \theta \\ 1 - (1-\theta) \dfrac{1-\left(\dfrac{v_x - \theta}{1-\theta+1-v_x}\right)^{\gamma}}{1+\left(\dfrac{v_x - \theta}{1-\theta+1-v_x}\right)^{\gamma}}, \theta \le v_x \le 1 \end{cases} \tag{13}$$

(i) Nếu $\beta_Y \in [0.7,1)$ thì ta cũng có: $F\left(v_X(L.\text{low})\right) > v_Y(\text{low})$ (L ký hiệu là little)

(ii) Nếu $v_Y(L.\text{low}) > F\left(v_X(L.\text{low})\right)$

Như vậy, Hint coi như thỏa mãn luôn luật sau:

R6: Nếu x là **little low** thì y là **low**

R7: Nếu x là little **high** thì y là **high**

Chứng minh

(i) $v_X(L.\text{low}) = v_X(\text{low}) + \alpha_X\beta_X\theta = \beta_X\theta + \alpha_X\beta_X\theta = \beta_X\theta + \beta_X(1-\beta_X)\theta$ $v_Y(\text{low}) = \beta_Y\theta$

$\left(\dfrac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^{\gamma} = \dfrac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}$

$F : [0,\theta] \to [0,\theta]$

$v_X(L.\text{low}) \in [0,\theta] \overset{F}{\mapsto} t \in [0,\theta], \left(\dfrac{\theta - v_X(L.\text{low})}{\theta + v_X(L.\text{low})}\right)^{\gamma} = \dfrac{\theta - t}{\theta + t}$

$t = \left(T_{1,\theta} \left| [0,\theta] \right.\right)^{-1} \left(T_2\left(T_{1,\theta}\left(v_X(L.\text{low})\right)\right)\right)$

$t = F\left(v_X(L.\text{low})\right) \ge v_Y(\text{low}) = \beta_Y\theta \Leftrightarrow \dfrac{\theta - t}{\theta + t} \le \dfrac{\theta - \beta_Y\theta}{\theta + \beta_Y\theta}$

Vậy ta phải chứng minh

$\left(\dfrac{\theta - v_X(L.\text{low})}{\theta + v_X(L.\text{low})}\right)^{\gamma} \le \dfrac{\theta - \beta_Y\theta}{\theta + \beta_Y\theta} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1-\beta_X - \beta_X(1-\beta_X)}{1+\beta_X + \beta_X(1-\beta_X)}\right)^{\gamma} \le \dfrac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X+\beta_X(1-\beta_X)}\right)^\gamma \le \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y}$, ta chứng minh điều mạnh hơn

$$\left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X}\right)^\gamma \le \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y} \tag{14}$$

Thật vậy, $\left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X}\right)^\gamma = (1+\beta_X)^\gamma\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^{2\gamma} = (1+\beta_X)^\gamma\left(\left(\frac{1-\beta_X}{1+\beta_X}\right)^\gamma\right)^2 = (1+\beta_X)^\gamma\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)^2$

$0<\gamma<1 \Rightarrow (1+\beta_X)^\gamma \le 1+\gamma\beta_X$ (BĐT Becnuli), $0<\gamma<m$ [Hint],

$\Rightarrow (1+\beta_X)^\gamma \le 1+\gamma\beta_X < 1+m\beta_X$,

Vậy vế trái của (9) thỏa

$$\left(\frac{(1-\beta_X)^2}{1+\beta_X}\right)^\gamma \le (1+m\beta_X)\left(\frac{1-m\beta_X}{1+m\beta_X}\right)^2 = \frac{(1-m\beta_X)^2}{1+m\beta_X} = \frac{\left(1-\beta_Y^2\right)^2}{1+\beta_Y^2} \tag{15}$$

Để chứng minh (9) ta sẽ chứng minh

$$\frac{\left(1-\beta_Y^2\right)^2}{1+\beta_Y^2} \le \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y} \Leftrightarrow \frac{(1-\beta_Y)^2(1+\beta_Y)^2}{1+\beta_Y^2} \le \frac{1-\beta_Y}{1+\beta_Y} \Leftrightarrow \frac{(1-\beta_Y)(1+\beta_Y)^2}{1+\beta_Y^2} \le \frac{1}{1+\beta_Y}$$

$$\Leftrightarrow (1-\beta_Y)(1+\beta_Y)^3 \le 1+\beta_Y^2$$

$$\Leftrightarrow (1-\beta_Y)\left(1+3\beta_Y+3\beta_Y^2+\beta_Y^3\right) \le 1+\beta_Y^2 \Leftrightarrow 2\beta_Y-2\beta_Y^3-\beta_Y^4 \le \beta_Y^2$$

$$\Leftrightarrow 2-2\beta_Y^2-\beta_Y^3 \le \beta_Y \Leftrightarrow \beta_Y^3+2\beta_Y^2+\beta_Y \ge 2$$

Điều này đúng do $\beta_Y \ge 0.7 \Rightarrow \beta_Y^3+2\beta_Y^2+\beta_Y \ge 0.343+0.98+0.7 = 2.023 > 2$

Vậy (9) đúng, suy ra

$$F\left(v_X(L.\text{low})\right) \ge v_Y(\text{low}). \tag{16}$$

Nhận xét:

Thực chất có thể chứng minh chặt hơn.

Với $\beta_Y \in [0.6321,1), \beta_X \in (\beta_Y^2,1)$ và $m \overset{def}{=} \frac{\beta_Y^2}{\beta_X}$ thì $F\left(v_X(L.\text{low})\right) > v_Y(\text{low})$

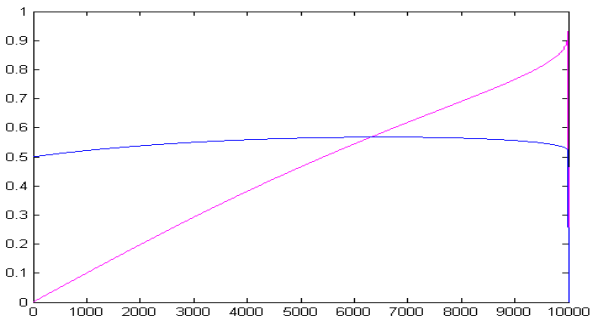
Thật vậy, bất đẳng thức (11) tương đương với

$$\frac{\ln\left(\frac{1+\beta_Y^2}{1-\beta_Y^2}\right)}{\ln\left(\frac{1+\beta_Y}{1-\beta_Y}\right)} \ge \frac{\ln\left(\frac{1+\beta_X}{1-\beta_X}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_X-\beta_X^2}{(1-\beta_X)^2}\right)} \tag{17}$$

(ii) Tương đương với

$$\frac{\ln\left(\frac{1+\beta_X}{1-\beta_X}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_X-\beta_X^2}{(1-\beta_X)^2}\right)} \ge \frac{\ln\left(\frac{1+\beta_Y^2}{1-\beta_Y^2}\right)}{\ln\left(\frac{1+2\beta_Y-\beta_Y^2}{(1-\beta_Y)^2}\right)} \tag{18}$$

Cả hai hàm vế trái và vế phải của bất đẳng thức (17) đều đơn điệu tăng, khi dùng Matlab có thể quan sát được đồ thị.



Hình 3. *Đồ thị hai hàm số vế trái và vế phải của bất đẳng thức (17).*

3.2. Thuật toán nâng cao độ tương phản ảnh đa kênh sử dụng Hint

Trong mục này, chúng tôi đề xuất hai thuật toán để áp dụng toán tử tăng cường Hint để nâng cao độ tương phản cho ảnh đa kênh. Chi tiết của hai thuật toán được thể hiện như sau

Thuật toán 1: Nâng cao độ tương phản ảnh đa kênh I = {I_1, I_2, … I_k} sử dụng Hint

Đầu vào: K kênh của ảnh I (trong một biểu diễn màu), $I_{\overline{1,K}} = \{I_1, I_2, ..., I_K\}$, tham số $C \in N^+, C \geq 2$, M x N là kích thước của ảnh I, β_1 ... β_k, các tham số của đại số gia tử.

Đầu ra: Ảnh I' = {I'$_1$, I$_2$', … I$_k$'}.

Bước 1: Phân ảnh I = {I_1, I_2, … I_k} thành C cụm sử dụng thuật toán FCM;

Bước 2: Tính histogram mờ của từng kênh ảnh I_k, k = 1 … K

$$\forall\ g,\ L_{k,min} \leq g \leq L_{k,max},\ h_c^k(g) = \sum_{(i,j) \in \left\{g_{ij} = \left(g_{ij}^1, g_{ij}^2, .., g_{ij}^K\right) : g_{ij}^k = g\right\}} \mu_{i,j,c}$$

Bước 3: Tính độ xám nâng cao trong đoạn [0, 1]

$$g'_{k,ij} = H\,\mathrm{int}\left(\delta_{ij,c}, \beta_{X_{ij}}, \xi_{ij}\right)\left(\frac{\sum_{c=1}^{NC} \min\left\{\max\left\{\frac{l - \boldsymbol{B}_{ck1}}{\boldsymbol{B}_{ck2} - \boldsymbol{B}_{ck1}}, 0\right\}, 1\right\}}{C}\right)$$

Bước 4: Kết thúc, trả lại ảnh nâng cao { $g'_{k,ij}$ * ($L_{k,\ max}$ – $L_{k,\ min}$) + $L_{k,\ min}$, 1 ≤ k ≤ K }.

Thuật toán 1 có độ phức tạp O(MN), trong đó, M, N là kích thước của ảnh.

4. THỰC NGHIỆM

Tập dữ liệu dùng để thực nghiệm là 24 ảnh mầu có độ sáng cao hoặc có độ tương phản thấp trong biểu diễn mầu RGB và biểu diễn mầu HSV được thu thập trong [15].

Khi đánh giá kết quả Thuật toán 1 chúng tôi so sánh với 4 thuật toán được công bố trong [5-8]. Vì giới hạn không gian trình bày của bài báo, chúng tôi lựa chọn ảnh I02, I10 và I24 để minh họa:



(d) GHMF [7] *(e) ROHIM [8]* *(f) Hint*

Hình 4. *Ảnh đầu ra của ảnh gốc I02 trong tập dữ liệu ảnh TID2013 là kết quả của các toán tử được quan sát bằng mắt người.*



(a) Ảnh gốc I10 *(b) ESIHE [5]* *(c) RICE [6]*

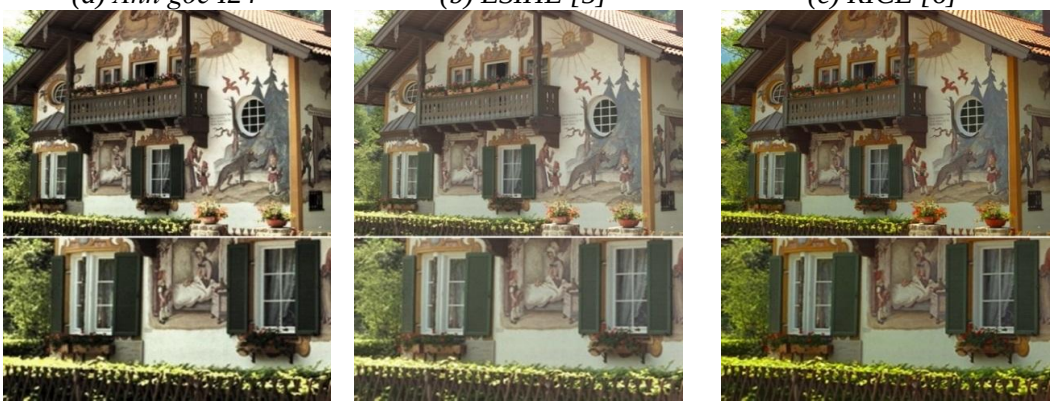


(d) GHMF [7] *(e) ROHIM [8]* *(f) Hint*

Hình 5. *Ảnh đầu ra của ảnh gốc I10 trong tập dữ liệu ảnh TID2013 là kết quả của các toán tử được quan sát bằng mắt người.*



(a) Ảnh gốc I24 *(b) ESIHE [5]* *(c) RICE [6]*



(d) GHMF [7] *(e) ROHIM [8]* *(f) Hint*

Hình 6. *Ảnh đầu ra của ảnh gốc I24 trong tập dữ liệu ảnh TID2013 là kết quả của các toán tử được quan sát bằng mắt người.*

Từ các hình 4 đến hình 6 ta thấy, ảnh đầu ra của toán tử Hint có mầu sắc tươi và rõ ràng hơn so với các toán tử còn lại. Ngoài ra, nhiều chi tiết của ảnh đầu ra theo toán tử Hint cũng là rõ ràng hơn, đặc biệt tập trung vào các khu vực đánh dấu của các ảnh trong hình. Có thể thấy rằng, phương pháp đề xuất có thể có một số điểm mạnh của các phương

pháp tương ứng. Điều này cho thấy, Hint là một phương pháp trực tiếp và có kỹ thuật mới thực sự có thể đạt được sự cân bằng giữa các đặc điểm toàn cục và cục bộ khi thay đổi ĐTP điểm ảnh của ảnh.

Hiệu quả của toán tử Hint so với các phương pháp tương ứng đã phân tích ở trên cho thấy ưu điểm của phương pháp đề xuất.

5. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã để xuất hệ luật ngôn ngữ mở rộng của [9], từ hệ 5 luật ngôn ngữ với chỉ một gia tử nhấn "Very" thành hệ 7 luật ngôn ngữ với hai gia tử "Very" và "Little" để xây dựng toán tử Hint ứng dụng vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng trực tiếp.

Bằng phương pháp Toán học chúng tôi đã chứng minh Hint trong [9] thỏa mãn hệ luật mới. Ngoài ra, chúng tôi cũng thực nghiệm khi ứng dụng toán tử Hint được xây dựng bằng hệ 7 luật ngôn ngữ đề xuất vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng trực tiếp, kết quả tương đương với Hint trong [9]. Điều này chứng tỏ việc mở rộng hệ luật bằng cách bổ sung thêm luật và thêm gia tử để xây dựng toán tử Hint áp dụng vào quy trình nâng cao độ tương phản ảnh màu theo hướng tiếp cận trực tiếp chưa chắc đã cho kết quả tốt hơn.

Lời cảm ơn: *Bài báo nghiên cứu được Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) tài trợ trong khuôn khổ đề tài mã số 102.01-2017.06.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Cheng H.D, Huijuan Xu, "*A novel fuzzy logic approach to contrast enhancement"*, Pattern Recognition 33 (2000):809-819.

[2]. Cheng H.D., Mei Xue, Shi X,J., "*Contrast enhancement based on a novel homogeneity measurement"*, Pattern Recognition 36 (2003):2687 – 2697.

[3]. C.H. Nguyen, *"A topoligical completion of refined hedge algebras and a model of fuzziness of linguistic terms and hedges"*, Fuzzy sets and systems 158 (4), (2007), 436-451.

[4]. C.H. Nguyen, V.L Nguyen, *"Fuzziness measure on complete hedges algebras and quantifying semantics of terms in linear hedge algebras"*, Fuzzy sets and systems 158 (4), (2007), 452-471.

[5]. K. Singh, R. Kapoor (2014), *"Image enhancement using exposure based sub image histogram equalization"*, Pattern Recogn. Lett. 36, pp:10–14.

[6]. K. Gu, G. Zhai, M. Liu, Q. Xu, X. Yang, and W. Zhang (2013), *"Brightness preserving video contrast enhancement using S-shaped transfer function,"* in Proc. IEEE Vis. Commun. Image Process., pp. 1-6.

[7]. K. Gu, G. Zhai, S. Wang, M. Liu, J. Zhou, and W. Lin (2015), *"A general histogram modification framework for efficient contrast enhancement,"* in Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Syst., pp. 2816-2819.

[8]. K. Gu, G. Zhai, W. Lin, and M. Liu (2016), *"The analysis of image contrast: From quality asessment to automatic enhancement,"* IEEE Trans. Cybernetics, vol. 46, no. 1, pp. 284-297.

[9]. Hoang Huy Ngo, Cat Ho Nguyen, Van Quyen Nguyen, *"Multichanel Image contrast enhancement based on linguistic rule-based intensificator"*, Applied soft computing jounal 76 (2019): 744-762.

[10]. Nguyễn Văn Quyền, Trần Thái Sơn, Nguyễn Tân Ân, Ngô Hoàng Huy, Đặng Duy An, *"Một phương pháp mới để nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo hướng tiếp*

cận trực tiếp", Tạp chí Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Tập V-1 số 17(37), 06-2017, trang 59-74.

[11]. Nguyễn Văn Quyền, Ngô Hoàng Huy, Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, *"Xây dựng độ đo thuần nhất và nâng cao độ tương phản ảnh mầu theo tiếp cận trực tiếp dựa trên ĐSGT",* Tạp chí Công nghệ Thông tin và Truyền thông, Tập V-2 số 18(38), 12-2017, trang 19-32.

[12]. Nguyễn Văn Quyền, Nguyễn Tân Ân, Đoàn Văn Hòa, Hoàng Xuân Trung, Tạ Yên Thái, *"Xây dựng độ đo thuần nhất cho ảnh mầu dựa trên các toán tử t-norm"*, Tạp chí Nghiên cứu khoa học và công nghệ quân sự, số 49, 06-2017, trang 117-131.

[13]. Nguyễn Văn Quyền, Nguyễn Tân Ân, Đoàn Văn Hòa, Hoàng Xuân Trung, Tạ Yên Thái, *"Phương pháp xây dựng một histogram mở rộng cho ảnh đa kênh và ứng dụng"*, Tạp chí Nghiên cứu khoa học và công nghệ quân sự, số 50, 08-2017, trang 127-137.

[14]. Nguyễn Văn Quyền, Nguyễn Tân Ân, Trần Thái Sơn, *"Thiết kế hàm biến đổi độ xám dạng chữ S tăng cường độ tương phản ảnh sử dụng ĐSGT"*, Kỷ yếu hội thảo quốc gia về nghiên cứu Cơ bản và Ứng dụng công nghệ thông tin lần thứ 10 (Fair 10), tháng 8 năm 2017, trang 884-897.

[15]. Ponomarenko N. Ponomarenko, L. Jin, O. Ieremeiev, V. Lukin, K. Egiazarian, J. Astola, B. Vozel, K. Chehdi, M. Carli, F.Battisti, C.-C. Jay Kuo (2015), *"Image database TID2013: Peculiarities, results and perspectives, Signal Processing",* Image Communication, vol. 30, pp.57-77.

ABSTRACT

ABOUT LINGUISTIC RULE SYSTEM AND APPLICATION
IN COLOUR IMAGE CONTRAST ENHANCEMENT

Image contrast enhancement has two main methods: (1) indirect method and (2) direct method. The indirect method is only to modify the histogram, which is not efficient and effective since it only stretches the global distribution of the intensity, the direct method is to define a measurement of the contrast and stretches on each pixel of the image. In the direct method, we have built the Hint operator based on a 5 rules linguistic system with only a hedge "Very" and solved by the Hedge Algebra. In this paper, we demonstrate that such a system of 5 rules has the same results as the system of 7 rules using two hedges "Very" and "Little".

Keywords: Direct Contrast measure; S-function, intensificator; FCM; Hegde algebras; Fuzzy histogram; The multichanel image; Hint.

Nhận bài ngày 02 tháng 12 năm 2019
Hoàn thiện ngày 13 tháng 02 năm 2020
Chấp nhận đăng ngày 03 tháng 8 năm 2020

Địa chỉ: [1]Trường Đại học Hải Phòng;
[2]Trường Đại học Điện lực.
*Email: quyennv.hpu@gmail.com.