

TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT ĐẦU CUỐI NHANH CHO HỆ TRUYỀN ĐỘNG NHIỀU ĐỘNG CƠ CÓ LIÊN HỆ KHE HỖ, MA SÁT, ĐÀN HỒI

Trần Xuân Tình^{1*}, Phạm Tuấn Thành¹, Trần Văn Tuyên¹, Đào Sỹ Luật²

Tóm tắt: Bài báo trình bày kết quả tổng hợp bộ điều khiển trượt đầu cuối nhanh trên cơ sở bất đẳng thức ma trận cho hệ cơ điện nhiều động cơ có liên hệ ma sát, đàn hồi. Các kết quả được khảo sát đánh giá bằng mô phỏng trên phần mềm Matlab-Simulink cho thấy bộ điều khiển này đảm bảo được các yêu cầu chất lượng ngay cả khi hệ thống chịu ảnh hưởng của các yếu tố phi tuyến do cấu trúc phần cơ gây ra.

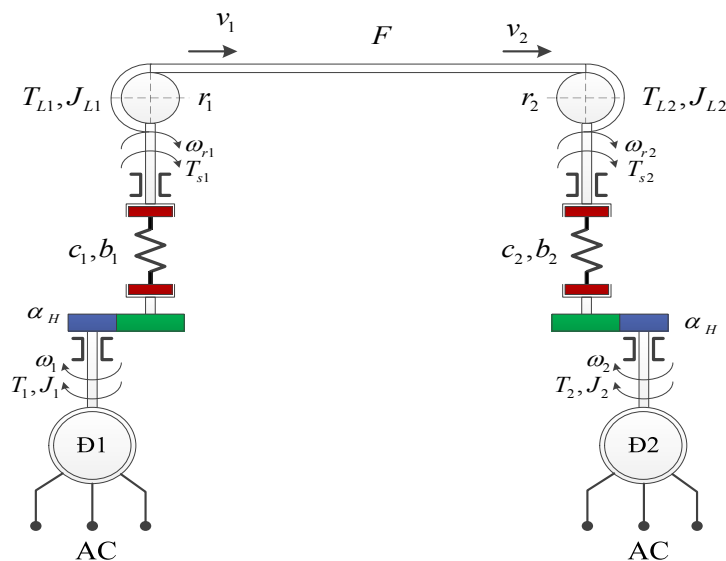
Từ khóa: Nhiều động cơ; Điều khiển trượt đầu cuối; Bất đẳng thức ma trận tuyến tính.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hệ truyền động (HTĐ) nhiều động cơ ứng dụng trong công nghiệp và quốc phòng đều là hệ động lực học phi tuyến, chứa các liên hệ chéo; các mối liên hệ này làm cho mô hình của đối tượng điều khiển trở nên phi tuyến. Trong điều khiển HTĐ, vật liệu đàn hồi nhiều động cơ, việc kiểm soát lực căng trên băng vật liệu là một vấn đề khó. Các bộ điều khiển (BĐK) HTĐ này liên tục được nghiên cứu phát triển từ đơn giản như BĐK PID [3] đến phức tạp như logic mờ [4], mạng nơ ron [5], điều khiển tối ưu [6] và điều khiển bền vững [7]. Tuy nhiên, vẫn chưa có BĐK nào đáp ứng tốt chất lượng của hệ cũng như tính hết những tác động của yếu tố phi tuyến của phần cơ. BĐK điều khiển trượt đầu cuối nhanh trên cơ sở bất đẳng thức ma trận tuyến tính LMI-FTSM (Linear matrix inequalities-Fast Terminal Sliding Mode) được tổng hợp cho HTĐ băng vật liệu đàn hồi nhiều động cơ đã cho chất lượng tốt ngay cả khi tính đến các yếu tố phi tuyến như: ma sát, khe hở, đàn hồi.

2. TỔNG HỢP MÔ HÌNH CƠ HỆ

Xét một mô hình hệ thống điện cơ hai khối lượng đàn hồi dạng 1 kết hợp dạng 2 [1], [2] như hình 1. Ở đây, chỉ xét dao động đàn hồi trong liên kết hai chiều giữa động cơ và tải; giữa hai tải của hai động cơ, các mối liên kết khác coi như cứng vững hoàn toàn.



Hình 1. Mô hình cơ hệ đàn hồi hai động cơ.

Trong đó: T_1, T_2, T_{L1}, T_{L2} là mômen động cơ, tải; T_s là mômen xoắn trên trục; J_1, J_2, J_{L1}, J_{L2} là mômen quán tính động cơ, tải; $\omega_1, \omega_2, \omega_{L1}, \omega_{L2}$ là tốc độ động cơ, tốc độ tải; c_1, c_2, b_1, b_2 là hệ số cứng, hệ số ma sát nhớt của khớp nối; α_H là góc khe hở bánh răng; F là lực căng của dải vật liệu; r_1, r_2 tương ứng là bán kính rulo 1, rulo 2; v_1, v_2 là tốc độ dài của dải vật liệu chạy qua. Chỉ số 1, 2 tương ứng của HTĐ động cơ 1 và động cơ 2. Theo [1], [2] có hệ phương trình trạng thái của HTĐ bằng vật liệu đàn hồi hai động cơ:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = C_{12}r_1x_5 - C_{12}r_2x_6 - \frac{r_2x_2x_5}{l} \\ \dot{x}_2 = C_{12}r_1x_5 - C_{12}r_2x_6 - \frac{r_2x_2x_5}{l} \\ \dot{x}_3 = u_1 - x_5 \\ \dot{x}_4 = u_2 - x_6 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{K_{L1}}[k_{c1} \cdot f_1(x_3) + k_{b1} \cdot g_1(\dot{x}_3) - (T_{L1} + r_1x_2)] \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{K_{L2}}[k_{c2} \cdot f_2(x_4) + k_{b2} \cdot g_2(\dot{x}_4) - (T_{L2} - r_2x_1)] \end{cases} \quad (1)$$

Trong đó: $\dot{\mathbf{x}} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [F_{21} \ F_{12} \ \Delta\varphi_1 \ \Delta\varphi_2 \ \omega_{L1} \ \omega_{L2}]^T \in \mathbb{R}^6$;
 $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T = [\omega_{r1} \ \omega_{r2}]^T \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$; Các hàm $f(x_3), f(x_4), g(\dot{x}_3), g(\dot{x}_4)$ là hàm phi tuyến phụ thuộc vào khe hở bánh răng hộp số.

$$f(x_3) = \begin{cases} 0 & \text{khi } |x_3| \leq \alpha_H \\ x_3 - \alpha_H & \text{khi } x_3 > \alpha_H \\ x_3 + \alpha_H & \text{khi } x_3 < -\alpha_H \end{cases}; \quad g(\dot{x}_3) = \dot{x}_3 \cdot \dot{f}(x_3); \quad \text{với } \dot{f}(x_3) = \begin{cases} 0 & \text{khi } |x_3| \leq \alpha_H \\ 1 & \text{khi } |x_3| > \alpha_H \end{cases}$$

Đặt: $\mathbf{z}_1 = [x_1 \ x_2]^T \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$; $\mathbf{z}_2 = [x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_{12}r_1 & -C_{12}r_2 \\ 0 & 0 & C_{12}r_1 & -C_{12}r_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-r_1}{K_{L1}} & 0 \\ 0 & \frac{r_2}{K_{L2}} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{d}_2(\mathbf{z}_2, t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{K_{L1}}[k_{c1} \cdot f_1(x_3) + k_{b1} \cdot g_1(\dot{x}_3) - T_{L1}] \\ \frac{1}{K_{L2}}[k_{c2} \cdot f_2(x_4) + k_{b2} \cdot g_2(\dot{x}_4) - T_{L2}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

Hệ thống (1) được viết lại thành:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_2 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{A}_{21}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{z}_2 + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{d}(\mathbf{z}, t) \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z} \end{cases} \quad (3)$$

3. TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU KHIỂN LMI-FTSM

Đặt $\mathbf{e} = \mathbf{z}^{ref} - \mathbf{z}$, khi đó chọn mặt trượt:

$$\mathbf{S}(\mathbf{e}) = \Lambda\mathbf{e} - \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) \quad (4)$$

Trong đó, $\Lambda = [\mathbf{H} \quad \mathbf{I}]$ với $\mathbf{H}, \mathbf{I}$ là ma trận 4×2 và 4×4 , $\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) = -\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1}$.

Giả sử rằng $\bar{\varsigma}$ và k là các hằng số dương, trong đó $\|f(t)\| \leq \bar{\varsigma}$; $\|\mathbf{e}\| \geq k$. Nếu có các số $\rho > 0$, $\mu_1 > 0$ và $\mu_2 > 0$ và các ma trận $\mathbf{X} > 0$, $\mathbf{Q} > 0$, $\mathbf{W} > 0$, $\mathbf{G} > 0$ và $\mathbf{Y}$ với kích thước phù hợp để đáp ứng các điều kiện LMI tiếp theo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{11}^T - \mathbf{A}_{12}\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T\mathbf{A}_{12}^T + \mathbf{Q} & \mathbf{X} \\ \mathbf{X} & -\mathbf{W} \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} -2\rho\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T & \mathbf{X} \\ \mathbf{X} & \mathbf{G} \end{bmatrix} < 0; \mu_1\mathbf{I}_{2 \times 2} - \mathbf{Q} < 0; \mu_2\mathbf{I}_{2 \times 2} - \mathbf{W} > 0; \mu_1 - \frac{\bar{\varsigma}^2}{k^2}\mu_2 > 0 \quad (6)$$

thì hệ (3) sẽ ổn định tiệm cận với thời gian hữu hạn và sai lệch $\|\mathbf{e}_1(t)\| \geq k$. Với quy ước các bất đẳng thức ma trận có dấu < 0 là xác định âm còn > 0 là xác định dương.

Chứng minh:

Để chứng minh điều kiện LMI trên cần sử dụng 2 bổ đề sau:

Bổ đề 1 [8]. Cho 2 ma trận hằng số $\mathbf{A}$ và $\mathbf{B}$ có kích thước phù hợp, với bất kỳ ma trận xác định dương $\mathbf{Q} > 0$, ta có bất đẳng thức sau:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{B} + \mathbf{B}^T\mathbf{A} \leq \mathbf{A}^T\mathbf{Q}\mathbf{A} + \mathbf{B}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B} \quad (7)$$

Hay $\mathbf{A}^T\mathbf{B} + \mathbf{B}^T\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{Q}\mathbf{A} - \mathbf{B}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}$ xác định âm hoặc bằng 0.

Bổ đề 2 [9]. Giả sử rằng hàm $V(t)$ dương xác định liên tục thỏa mãn bất đẳng thức vi phân sau:

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t) - \beta V^\eta(t) \quad \forall t \geq t_0, V(t_0) \geq 0 \quad (8)$$

Trong đó α và β là hằng số dương và η là tỷ lệ của hai số nguyên dương lẻ với $1 > \eta > 0$.

Khi đó, với bất kỳ giá trị t_0 đã cho nào, $V(t)$ sẽ hội tụ về 0 trong thời gian hữu hạn:

$$t_r = t_0 + \frac{1}{\alpha(1-\eta)} \ln \frac{\alpha V^{1-\eta}(t_0) + \beta}{\beta} \quad (9)$$

Đặt $\mathbf{P} = \mathbf{X}^{-1}$ và $\mathbf{H} = \mathbf{Y}\mathbf{X}^{-1}$, $\mathbf{P}$ là ma trận đối xứng xác định dương. Chọn hàm ứng viên Lyapunov như sau:

$$V_1(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1^T \mathbf{P} \mathbf{e}_1 \Rightarrow \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{P}} \mathbf{e}_1 + \dot{\mathbf{e}}_1^T \mathbf{P} \mathbf{e}_1 \quad (10)$$

Từ (3) có:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_1 &= \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_2 \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 - \dot{\mathbf{z}}_{m1} = \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_2 \\ \Leftrightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 &= \mathbf{e}_1(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) + \varsigma(t) \end{aligned} \quad (11)$$

Trong đó: $\zeta(t) = \mathbf{A}_{11}\mathbf{z}_{m1} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{z}_{m2} - \dot{\mathbf{z}}_{m1}$

Thay (11) vào (10) ta có:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) = & \mathbf{e}_1^T \mathbf{P} \left[\mathbf{e}_1 (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) \right] \\ & + \left[\mathbf{e}_1 (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) \right]^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\zeta(t) + \zeta^T(t) \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (12)$$

Dựa trên bổ đề 1, thu được các bất đẳng thức sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1^T(t) \mathbf{P}\zeta(t) + \zeta^T(t) \mathbf{P}\mathbf{e}_1(t) \leq & \mathbf{e}_1^T(t) \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{e}_1(t) + \zeta^T(t) \mathbf{Q}^{-1} \zeta(t) \leq \\ \leq & \mathbf{e}_1^T(t) \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{e}_1(t) + \bar{\zeta}^{-2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \end{aligned} \quad (13)$$

Trong đó, $\mathbf{Q}$ là ma trận xác định dương tùy ý và $\lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1})$ là giá trị riêng lớn nhất của $\mathbf{Q}^{-1}$. Thay thế (13) vào (12) theo đó:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq & \mathbf{e}_1^T \left(\mathbf{P}(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P} \right) \mathbf{e}_1 \\ & + \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) + \mathbf{v}^T(\mathbf{e}_1) \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 + \bar{\zeta}^{-2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

Với $\|\mathbf{e}_1\| \geq k \Rightarrow \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1}{k^2} \geq 1$ và $\mathbf{v}(\mathbf{e}_1) = -\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1}$, (14) có thể viết lại:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq & \mathbf{e}_1^T \times \left(\mathbf{P}\mathbf{A}_{11} - \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{H} + \mathbf{A}_{11}^T \mathbf{P} - (\mathbf{H}\mathbf{A}_{12})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P} + \frac{\bar{\zeta}^{-2}}{r^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \mathbf{I} \right) \mathbf{e}_1 \\ & - \mathbf{e}_1^T \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1} + \left(\rho|\mathbf{e}_1|^{\eta-1} \right)^T \mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P}\mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (15)$$

Giả sử rằng các bất đẳng thức sau đây được thỏa mãn:

$$2\rho\mathbf{P}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{12}^T \mathbf{P} > \Phi^{-1} > 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}) + (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{Q}\mathbf{P} \leq -\mathbf{W}^{-1} \quad (17)$$

Khi đó, (15) có thể viết:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq & \mathbf{e}_1^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_1^T + \frac{\bar{\zeta}^{-2}}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) I_{n-m} \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_1^T \Phi^{-1} |\mathbf{e}_1|^{\eta-1} \\ \leq & - \left(\lambda_{\min}(\mathbf{W}^{-1}) - \frac{\bar{\zeta}^{-2}}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) \right) \|\mathbf{e}_1\|^2 - \lambda_{\min}(\Phi^{-1}) \|\mathbf{e}_1\|^\eta \end{aligned} \quad (18)$$

Trong đó, $\lambda_{\min}(\cdot)$ là giá trị riêng nhỏ nhất. Khi đó, (18) có thể viết lại như sau:

$$\dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq -\alpha_1 V_1(\mathbf{e}_1) - \beta_1 V_1^{\eta_1}(\mathbf{e}_1) \quad (19)$$

$$\text{Với } \alpha_1 = \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{W}^{-1}) - \left(\frac{\bar{\zeta}^{-2}}{r^2} \right) \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}; \beta_1 = \lambda_{\min}(\Phi^{-1}) \left(\frac{1}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})} \right)^{\eta_1}; \eta_1 = \frac{\eta}{2}$$

Kết hợp với (6) có: $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \frac{\bar{\zeta}^{-2}}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{W}) > 0 \Leftrightarrow \lambda_{\min}(\mathbf{W}^{-1}) - \frac{\bar{\zeta}^{-2}}{k^2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}^{-1}) > 0$

Suy ra $\alpha_1 > 0$. Giả sử, $\mathbf{X} = \mathbf{P}^{-1}$ và nhân $\mathbf{X}$ vào trước và sau các số hạng của (17) ta được:

$$\mathbf{A}_{11}\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_{11}^T - (\mathbf{H}\mathbf{A}_{12}\mathbf{X})^T + \mathbf{Q} \leq -\mathbf{X}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{X} \quad (20)$$

Đặt $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X}$ khi đó từ (20) suy ra được (5) và nếu có điều kiện LMI (6) thì (16) thỏa mãn. Từ (19) cho thấy, nếu $\|\mathbf{e}_1\| \geq k$ thì $\dot{V}_1(\mathbf{e}_1) \leq 0$ khi đó sai lệch $\mathbf{e}_1(t)$ sẽ tiệm cận về 0, nằm trong vùng không gian $\Omega_1 = \{\mathbf{e}_1(t) : \|\mathbf{e}_1(t)\| \leq k\}$ với thời gian hữu hạn t_{r1} , theo bổ đề 2 là:

$$t_{r1} = \frac{1}{\alpha_1(1-\eta_1)} \ln \frac{\alpha_1 V_1^{1-\eta_1}(t_0) + \beta_1}{\beta_1} \quad (21)$$

Kết luận: Nếu BDK thỏa mãn điều kiện LMI đã đặt ra thì sai lệch $\mathbf{e}_1(t)$ sẽ tiệm cận về 0 trong thời gian hữu hạn.

Cũng có thể rút ra từ (4) rằng $\mathbf{e}_2(t)$ sẽ tiến tới vùng lân cận 0 $\Omega_2 = \{\mathbf{e}_2(t) : \|\mathbf{e}_2(t)\| \leq \|\mathbf{H}\|r + \rho\|\mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P}\|k^{\eta-1}\}$ trong thời gian hữu hạn t_{r2} . Để thực hiện điều đó, tiến hành chọn luật điều khiển như sau:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_n(t) - \mathbf{B}_2^{-1}\mathbf{u}_s(t) \quad (22)$$

$$\mathbf{u}_n(t) = -\mathbf{B}_2^{-1} \left(\mathbf{A}\mathbf{A}_z - \mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P} \frac{d\mathbf{v}(\mathbf{e}_1)}{dt} - \mathbf{A}\mathbf{z}_d \right) \quad (23)$$

$$\mathbf{u}_s(t) = \bar{d}_2 \operatorname{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) + \sigma \operatorname{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^\eta + \gamma \mathbf{S}(\mathbf{e}) \quad (24)$$

với σ, γ là các hằng số dương.

Chứng minh: Chúng ta đi chứng minh với luật điều khiển đã chỉ ra hệ thống sẽ tiến về mặt trượt (4) và nằm trên đó trong thời gian hữu hạn.

Xét hàm xác định dương sau: $V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\mathbf{S}(\mathbf{e})$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\dot{\mathbf{S}}(\mathbf{e}) = \mathbf{S}^T(\mathbf{e})(\mathbf{H}\dot{\mathbf{z}}_1 - \mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P} \frac{d\mathbf{g}(\mathbf{e}_1)}{dt} + \mathbf{A}_{21}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{z}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \\ &\quad - \mathbf{H}\dot{\mathbf{z}}_{1d} - \dot{\mathbf{z}}_{2d} + \mathbf{d}_2(\mathbf{z}, t)) = \mathbf{S}^T(\mathbf{e}) \left(\mathbf{A}\mathbf{A}_z - \mathbf{A}_{12}^T\mathbf{P} \frac{d\mathbf{g}(\mathbf{e}_1)}{dt} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} - \mathbf{A}\mathbf{z}_d + \mathbf{d}_2(\mathbf{z}, t) \right) \end{aligned}$$

Thay (22) đến (24) vào ta được:

$$\dot{V}_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) = \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\sigma \operatorname{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^\eta - \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\gamma \mathbf{S}(\mathbf{e}) - \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\bar{d}_2 \operatorname{sgn}(\mathbf{S}(\mathbf{e})) + \mathbf{S}^T(\mathbf{e})\mathbf{d}_2(\mathbf{z}, t)$$

Vì rằng $\bar{d}_2 \geq (\mathbf{d}_2(\mathbf{z}, t))_{\max}$ nên có:

$$\dot{V}_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) \leq -\lambda_{\min}(\gamma) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^2 - \lambda_{\min}(\sigma) \|\mathbf{S}(\mathbf{e})\|^{\eta+1} = -\alpha_2 V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e})) - \beta_2 V_2^{\eta_2}(\mathbf{S}(\mathbf{e}))$$

Chọn $\alpha_2 = 2\lambda_{\min}(\gamma) > 0$, $\beta_2 = 2^{(\eta+1)/2} \lambda_{\min}(\sigma) > 0$, $\eta_2 = (\eta+1)/2 < 1$. Theo bổ đề 2, hệ thống sẽ tiến về mặt trượt trong thời gian hữu hạn t_{r2} được xác định như sau:

$$t_{r2} = \frac{1}{\alpha_2(1-\eta_2)} \ln \frac{\alpha_2 V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e}(t_0)))^{1-\eta_2} + \beta_2}{\beta_2} \text{ Với } V_2(\mathbf{S}(\mathbf{e}(t_0))) = (1/2) \mathbf{S}^T(\mathbf{e}(t_0))\mathbf{S}(\mathbf{e}(t_0))$$

Kết luận: Từ các kết quả chứng minh trên cho thấy các sai lệch $\mathbf{e}_1(t)$; $\mathbf{e}_2(t)$ sẽ chuyển động tiếp cận về vùng lân cận gốc 0 trong khoảng thời gian hữu hạn $t_r = t_{r1} + t_{r2}$.

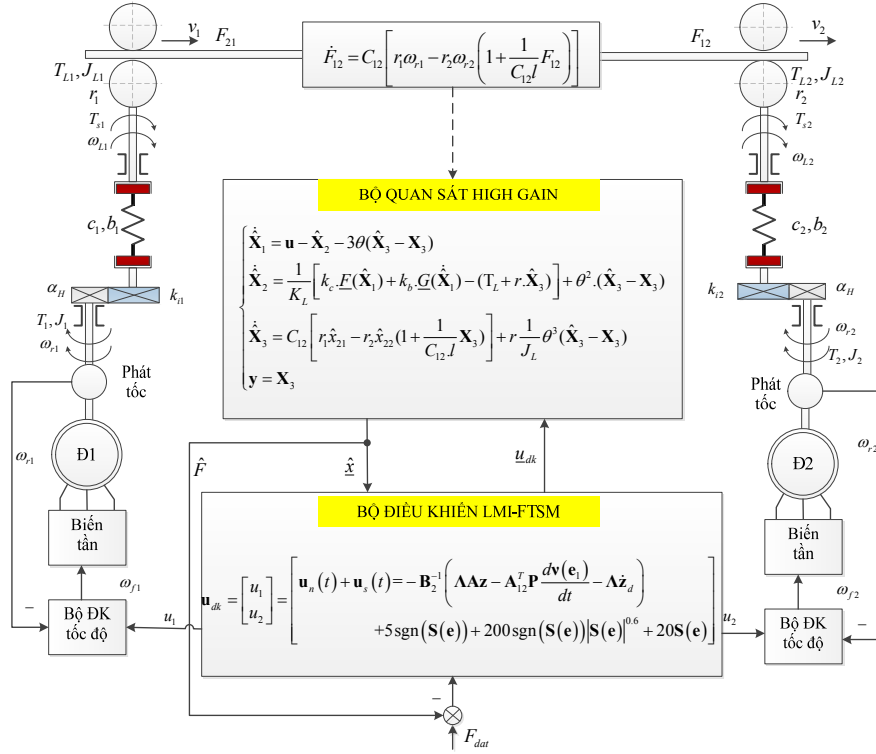
4. MÔ PHỎNG VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ

4.1. Tham số mô phỏng

Trước hết, tính toán các tham số của HTĐ dùng động cơ không đồng bộ ba pha. Xét hai động cơ ba pha roto lồng sóc của hãng Siemens có các tham số giống nhau, cụ thể như sau:

Công suất $P_{dm} = 4kW$; $L_m = 0,1958(H)$; $L_s = 0,202(H)$; $L_r = 0,2065$; $R_r = 1,275(\Omega)$; $R_s = 1,663(\Omega)$; $p = 2$; $n_{dm} = 1400$ v/p; $J_{1,2} = 7,47 \cdot 10^{-5} Kg m^2$; $J_{L1,2} = 8.258 \cdot 10^{-5}$; Bán kính rulo tải 1, 2 $r_1, r_2 = 0,03m$; Hệ số cứng của vật liệu $C_{12} = 0,4N/m$; Hệ số đàn hồi $c = 360Nm/rad$; Hệ số ma sát nhớt $b = 0,02$; Chiều dài dải băng vật liệu $= 0,6m$.

Dựa trên thông số thực tế của HTĐ hai động cơ trong phụ lục tiến hành chọn: $\bar{d}_2 = 5$, $\gamma = 20$, $\sigma = 200$, $\bar{\varsigma} = 0.2$, $k = 0.05$, $\eta = 0.6$. Tính toán các ma trận A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} , B_1 và B_2 .



Hình 2. HTĐ nhiều động cơ với BDK LMI-FTSM và bộ quan sát HGO.

Giải điều kiện (5,6) bằng LMI toolbox của Matlab xác định được:

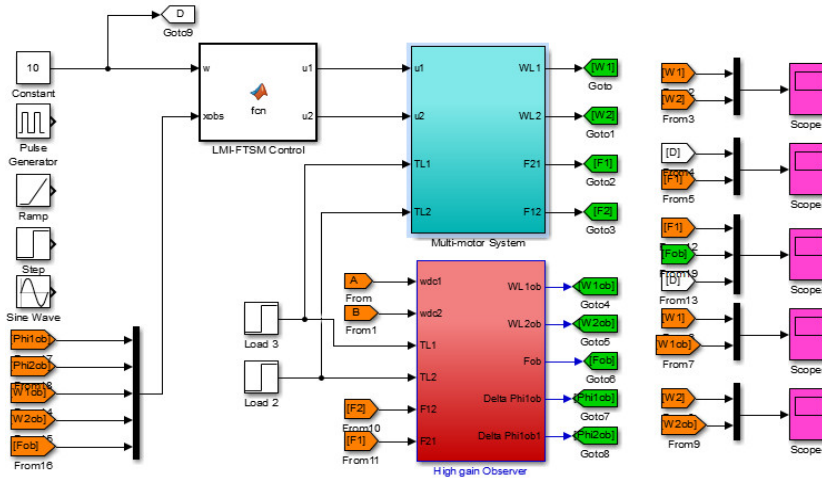
$$P = X^{-1} = \begin{bmatrix} 2.1758 & -1.17 \\ -1.17 & 2.1758 \end{bmatrix}; H = YX^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -2.1584 & 2.1584 \\ -1.85 & 1.85 \end{bmatrix}$$

Qua đó, xác định được luật điều khiển u_{dk} . Cấu trúc tổng thể của hệ thống với BDK LMI-FTSM và bộ quan sát HGO (High Gain Observer) đã trình bày trong [1, 2] được trình

bày trên hình 2.

4.2. Sơ đồ mô phỏng

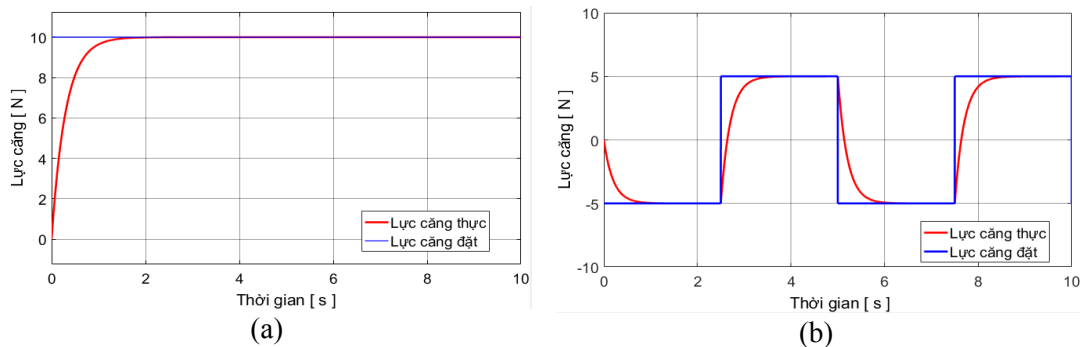
Sơ đồ mô phỏng hình 3 được xây dựng trên công cụ Matlab-Simulink trong đó: động cơ, khớp nối, tải được xây dựng theo (1). BDK mô phỏng theo công thức (22).



Hình 3. Mô hình mô phỏng hệ thống và BDK.

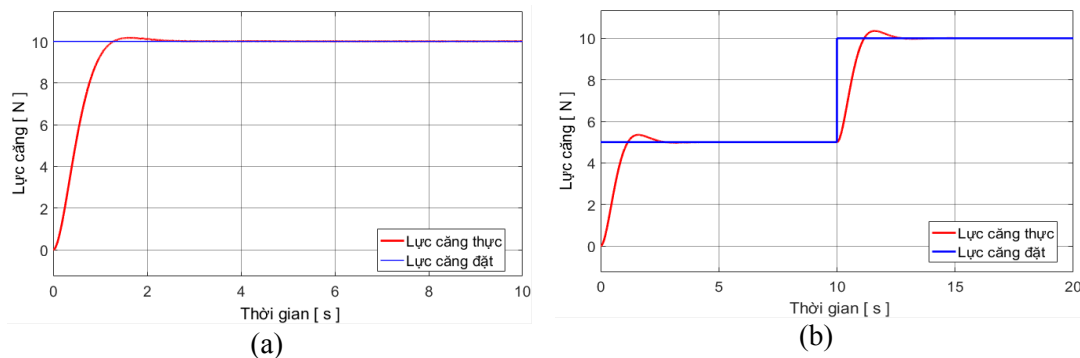
4.3. Kết quả mô phỏng

Trường hợp 1: Đáp ứng lực căng khi khe hở bánh răng $\alpha_H = 0,008 \text{ rad}$ ($0,458^\circ$)



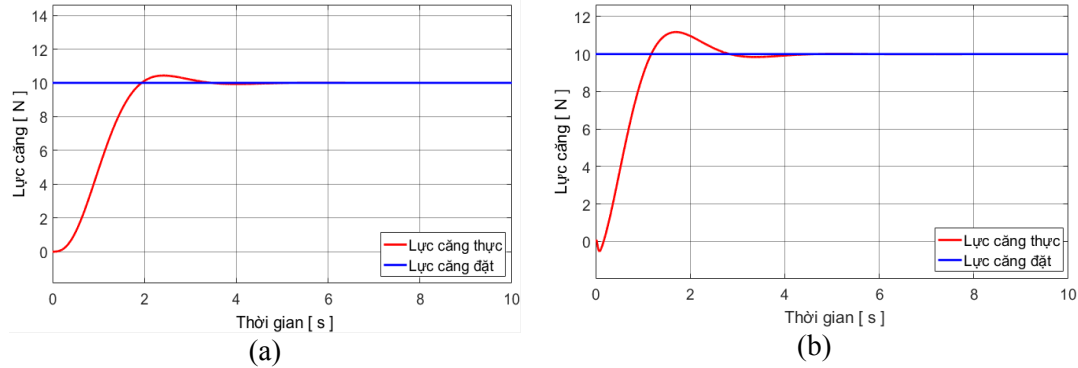
Hình 4. Đáp ứng lực căng với khe hở bánh răng $\alpha_H = 0,008 \text{ rad}$, tín hiệu vào là hàm bước nhảy (a) và hàm xung (b).

Trường hợp 2: Đáp ứng lực căng khi khe hở bánh răng $\alpha_H = 0,08 \text{ rad}$ ($4,58^\circ$).



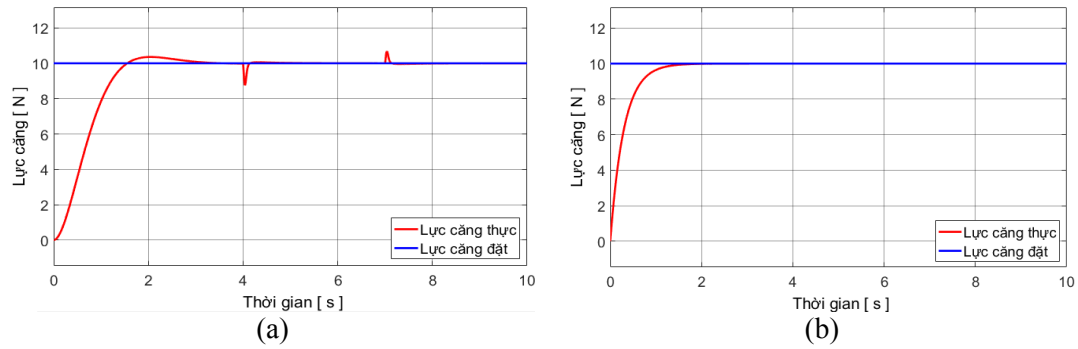
Hình 5. Đáp ứng lực căng với khe hở bánh răng $\alpha_H = 0,08 \text{ rad}$, tín hiệu vào là hằng số (a) và hàm nhảy bậc (b).

Trường hợp 3: Đáp ứng lực căng của hệ thống khi xét đến ảnh hưởng của mômen quán tính của tải



Hình 6. Đáp ứng lực căng với ảnh hưởng của mômen quán tính $J_L=4J$ (a) và $J_{L1}=4J; J_{L2}=J$ (b).

Trường hợp 4: Đáp ứng lực căng khi tải thay đổi hàm nhảy bậc $T_{L1} = 100\text{Nm}$; $T_{L2} = 50\text{Nm}$ và khi thay đổi độ cứng của băng vật liệu.



Hình 7. Đáp ứng lực căng với ảnh hưởng của tải thay đổi (a) và khi giảm hệ số cứng băng vật liệu $C_{12} = 0.3 \text{ (N/m)}$ (b).

Nhận xét:

TT	Trường hợp	Bộ LMI-FTSM		
		ĐQC	$T_{qd}(s)$	SSXL
1	$\alpha_H = 0.008, F_d = 10\text{N}$	0	1.2	0
5	$\alpha_H = 0.008$, lực căng đặt là hàm xung	0	0.8	0
6	$\alpha_H = 0.08, F_d = 10\text{N}$	2%	2	0
7	$\alpha_H = 0.08$, lực căng đặt là hàm Step	8%	2.5	0
11	Ma sát coulomb 0,1; ma sát nhớt 0.05	0	4	0
13	Mômen quán tính $J_L=4J$	7%	3.2	0
14	Mômen quán tính $J_{L1}=4J; J_{L2}=J$	12%	2.6	0
15	$T_{L1} = 100\text{Nm}; T_{L2} = 50\text{Nm}$	8%	2.5	0
16	Hệ số cứng băng vật liệu $C_{12} = 0.3 \text{ (N/m)}$	0	1.8	0

5. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày kết quả tổng hợp BDK LMI-FTSM cho hệ cơ điện nhiều động cơ có liên hệ ma sát, đàn hồi. Phần trình bày được bắt đầu từ việc xây dựng mô hình cơ hệ, đặt điều kiện LMI, chứng minh điều kiện, xây dựng mô hình mô phỏng, kiểm nghiệm

bằng phần mềm Matlab-Simulink. Qua kiểm tra và so sánh với các kết quả của các công bố trước đây [3-7] cho thấy, BDK đã nâng cao được chất lượng của hệ thống truyền động nhiều động cơ thông qua các tiêu chí đánh giá, đó là: tính bền vững với nhiễu, đảm bảo khả năng quá tải về mô men, đảm bảo tốt đặc tính động và đặc tính tĩnh, đảm bảo tính chính xác bám.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Dao Phuong Nam, Pham Tuan Thanh, Tran Xuan Tinh, Tran Thanh Dat, Pham Van Tu, “*High-Gain Observer based Output feedback Controller for a Two-Motor Drive System: A Separation Principle Approach*”, Lecture Note in Electrical Engineering 465, Scopus Q3, Dec-2017.
- [2]. Pham Tam Thanh, Dao Phuong Nam, Tran Xuan Tinh and Luong Cong Nho, “*High-Gain Observer-Based Sliding Mode Control of Multimotor Drive Systems*”, book Adaptive Robust Control Systems, Published by InTech Janeza Trdine 9, 51000 Rijeka, Croatia 2018.
- [3]. B. Allaoua , A. Laoufi and B. Gasbaoui, “*Multi-Drive Paper System Control Based on Multi-Input Multi-Output PID Controller*”, Leonardo Journal of Sciences, 2010.
- [4]. Fawzan Salem, E.H.E. Bayoumi, “*Robust fuzzy-PID control of three-motor drive system using simulated annealing optimization*”, Journal of Electrical Engineering, 2011.
- [5]. Li Jinmei, Liu Xingqiao, “*Application of an Adaptive Controller with a Single Neuron in Control of Multi-motor Synchronous System*”, IEEE, 2008.
- [6]. A. Angermann, M. Aicher, and D. Schroder, “*Time-optimal tension control for processing plants with continuous moving webs*”, Proc. 35th Annual Meeting-IEEE Industry Applications Society, Rome, Oct. 1999.
- [7]. H. Koc, D. Knittel, M. D. Mathelin, “*Robust gain-scheduled control of winding systems*”, IEEE Conf. Decision and Control, Sidney, Australia, Dec. 2000.
- [8]. C. Scherer, S. Weiland, “*Linear Matrix Inequalities in Control, Dutch Institute of Systems and Control (DISC)*”, The Netherlands, 2005.
- [9]. J. Zhang, “*Solving Linear Matrix Inequality (LMI) Problems*”, Advances in Industrial Control, Springer International Publishing Switzerland 2016, PP 203-224.

ABSTRACT

DESIGN FAST TERMINAL SLIDING MODE CONTROLLER FOR ELECTRIC DRIVETRAIN MULTI-MOTOR HAVE CONTACTS FRICTION, ELASTIC

The paper presents the results of a fast terminal sliding controller based on linear matrix inequality for many motor systems with friction, elasticity. The results surveyed and evaluated by simulation on Matlab-Simulink software show that the controller ensures the quality requirements in the system under the influence of nonlinear factors as causing the mechanical structure.

Keywords: Multi-Motor, Terminal Sliding Mode Control, linear matrix inequalities.

Nhận bài ngày 29 tháng 02 năm 2020

Hoàn thiện ngày 24 tháng 3 năm 2020

Chấp nhận đăng ngày 10 tháng 4 năm 2020

Địa chỉ: ¹Khoa Kỹ thuật điều khiển, Học viện Kỹ thuật quân sự;

²Đại học Đồng Nai, số 4 Khu phố 3 Lê Quý Đôn, Biên Hòa, Đồng Nai.

*Email: tinhp79@gmail.com.