ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ В РАМКАХ ГИПОТЕЗЫ ЛОКАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Буй Ван Тиен[1*], Чан Мань Туан[2], Нгуен Хыу Шон[1]

Аннотация: *В данной работе решается задача определения формы тела вращения минимального сопротивления при сверхзвуковом потоке. Математическая модель взаимодействия набегающего потока с поверхностью тела построена на основе гипотезы локального взаимодействия, т.е. предполагается, что давление на поверхности тела зависит только от угла между местной нормалью к поверхности и вектором скорости набегающего потока и числа Маха. Задача решается численным методом на основе генентического алгоритма при заданных объеме и длине и при заданных длине и диаметре миделя тела. Было проведено сравнение с другими результатами. В работе также рассмотрено влияние числа Маха и значения коэффициента поверхностного трения на оптимальную форму тела вращения.*

Ключевые слова: Оптимизация формы тела; Гипотеза локального взаимодействия; Метод генентического алгоритма; Оптимальная форма тела вращения.

1. ВВЕДЕНИЕ

В авиационной технике особую важность приобрела задача об определении такой формы тела, которая обладает наименьшим сопротивлением при движении в воздухе. В том числе, и задача определения формы тела вращения минимального сопротивления при сверхзвуковом потоке.

Для определении коэффициента давления на поверхности тела вращения при его движении в сверхзвуковом потоке в пределах данной рабоы применяется гипотеза локального взаимодействия. В основе этой гипотезы предположение, что каждый элемент поверхности тела взаимодействует с потоком газа независимо от других участков тела и давление на поверхности тела зависит только от угла между местной нормалью к поверхности и вектором скорости набегающего потока и числа Маха. Примерами такой зависимости является формула Ньютона, формула касательного клина и формула месного конуса [1-7], которые широко используется в сверхзвуковой аэродинамике для расчетов распределения давления на поверхности тела. Две последних формулы представляют собой модицифированную формулу Ньютона. Применение этих формул для определения давления на поверхности тела в гиперзвуковом потоке позволяет достаточно просто решать вариационную задачу о поиске форм тел минимального сопротивления. Такая задача решалась многими авторами (например, [1-8]). В работе [6, 7] были решены задачи об определении формы тела вращения минимального сопротивления аналитическим и численным методами локальных вариаций при заданных заданных объеме, длине тела или диаметре миделя тела.

В данной работе решается аналогичная задача при применении формулы касательного клина [8] с использованием численного метода, который основывается на генетическом алгоритме. Генетический алгоритм позволяет найти локальное решение задачи об определении оптимальной формы тела из многих совокупностей случайных начальных координат формы. Задача решается при заданных длине и объеме и при заданных длине и диаметре миделя тела вращения

при сверхзвуковом числе Маха M и при постоянном коэффициенте поверхностного трения C_f.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Задача можно сформулируется в следующем: Пусть тело вращения имеет заданную длину (принимаем L=1), радиус основания R и известный заданый объеме V (Рисунок 1). Требуется определить форму образующей *y(x)* такую, при которой тело вращения имеет минимальное сопротивления. Тело движется в сверхзвуковом потока с числом Маха M>>1 и при постоянном коэффициенте поверхностного трения C_f.

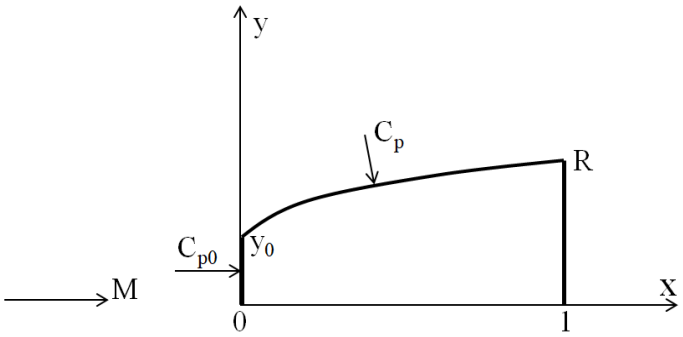


Рисунок 1. *Постановка задачи об определении формы тела минимального сопротивления при заданных длине и объеме тела.*

Будем считать, что рассмпатриваемое тело имеет плоский срез в передней части и донное давление не учитывается, а также замечая дифференциал площади в поперечной плоскости равен $2\pi y\dot{y}dx$, то сила лобового сопротивления определяется по формуле [3]:

$$X = 2\pi q\int_0^1 \left(C_p \cdot \dot{y} + C_f\right)ydx + C_{p0}q\pi y_0^2$$

где q - Скоростной напор невозмущенного потока;

C_{p0} - Коэффициент давления на поверхности торца;

C_f - Коэффициент поверхностного трения;

C_p - Коэффициент давления на поверхности тела;

R - Радиус донного сечения тела; y_0 – радиус торца;

$\dot{y}$ - Производная координаты *y(x)*.

Тогда, значение коэффициента лобового сопротивления тела вращения определяется по следующей зависимости:

$$C_x = \frac{X}{q\pi R^2} = \frac{2}{R^2}\int_0^1 \left(C_p\dot{y} + C_f\right)ydx + \frac{y_0^2}{R^2}C_{p0} \qquad (1)$$

Причем, коэффициент давления на элементе поверхности тела, как было сказано выше, определяется в рамках гипотезы локального взаимодействия, т.е применяем формулу касательного клина [8, 9] при нулевом угле атаки.

$$C_p = k\sin^2\theta\left[\frac{\chi+1}{4}+\sqrt{\left(\frac{\chi+1}{4}\right)^2+\frac{1}{(M^2-1)\sin^2\theta}}\right] \quad (2)$$

По формуле касательного клина (2) можно сделать замечание о том, что при $(M^2-1)\sin^2\theta \to \infty$ формула (2) соответствуют закону сопротивления Ньютона:

$$C_p = k\frac{\chi+1}{2}\sin^2\theta$$

Подбор значени параметров k путем сравнения приближенных и точных (на основе уравнений Эйлера) решений для тестовой конфигурации можно существенно повысить точность определения аэродинамических коэффициентов. В работе А.Б. Горшкова и др. [8] было проведено исследование по выборам параметра k, и для рассматриваемого в данной работе тел вращения целесообразно адать k =2.

Напишем формулу (2) в зависимости от производной координаты $y(x)$ при использовании параметра k=2 и получим формулу для опредедения коэффициента давления на поверхности тела :

$$C_p = \frac{k\cdot\dot{y}^2}{1+\dot{y}^2}\left[\frac{\chi+1}{4}+\sqrt{\left(\frac{\chi+1}{4}\right)^2+\frac{1+\dot{y}^2}{(M^2-1)\cdot\dot{y}^2}}\right] \quad (3)$$

Коэффициент давления на поверхности торца определяется по эмпирическому методу по формуле:

$$C_{p0} = \left(\frac{166,92\cdot M^7}{\left(7M^2-1\right)^{2,5}}-1\right)\cdot\frac{2}{\chi.M^2} \quad (4)$$

Отсюда, задача об определении формы тела вращения минимального сопротивления превращает во вариационную задачу, при которой нужно найти функцию $y(x)$ такую, что интеграл (1) имеет минимальное значение. Задачу решается численным методом на основе генетического алгоритм, подробно описывающийся в следующий пункт.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ И СРАВНЕНИЕ С ДРУГИМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

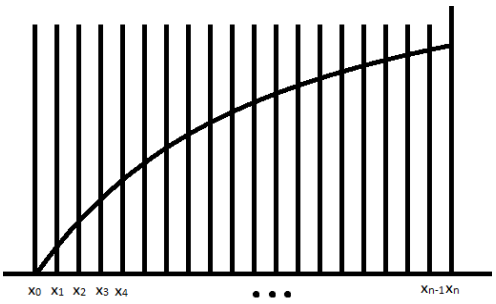


Рисунок 2. *Разбиение интервала [0, 1] на* n *равных интервалов.*

Разобьём интервал [0, 1] на n равных интервалов точками. Решение заключается

в поиске совокупности (n+1) переменных, при которых целевая функция в качестве коэффициента сопротивления C_x имеет минимальную величину.

Алгоритм решения задачи об определении формы тела вращения минимального сопротивления при заданных длине и объеме можно сформулировать в следующую последовательность:

Шаг 1: Создание начальную популяцию из m особей, обеспечивающих условие постоянства длины и объема тела.

Используем функцию генератора случайных чисел, чтобы сгенерировать (n+1) разных чисел в интервале [0, 1]. Затем осортируем (n+1) данных чисел (переменных) в порядке возрастания (эти числа соответствуют созданию любой формы тела) и определяем объем $V^{'}$ данной формы. Для обеспечения условия постоянного объема умножаем каждую переменную на $\sqrt{V/V^{'}}$. После этого мы создали первый особь с (n+1) переменными, который обеспечивает требуемое условие постоянства по объему.

Аналогично создали **m** особей, которые сотавляют начальную популяцию для последующей селекции.

Шаг 2: Определение пригодности особей и селекция (естественный отбор).

Определим пригодности особей на основании правила линейной корректировки с уловием того, что значение целевой функции каждого особя должно быть положительным. Процедура естественного отбора по правилу отбора рулетта проводится для любого особя, даже для плохого.

Шаг 3: Скрещивание

Для обеспечения условия постоянства объема, применяем формулу скрещивания в виде:

$$R_{реб.}[i] = \sqrt{R^2_{отец}[i] + R^2_{мать}[i]} \tag{5}$$

где $R_{отец}[i]$, $R_{мать}[i]$, $R_{реб.}[i]$ - соотвественно значения переменной в точке i особей «отец», «мать» и «ребёнок».

Нужно обратить внимание на то, что скрещивание осуществляется с установленной вероятностью и с учетом того, что при успешном отборе «отца» и «мати», но «ребёнок» возможно не рождается.

Шаг 4: Мутация

Для того, чтобы процесс мутации был эффективным, нужно проводить мутацию только для одной точкой (одной переменной) особя с выбранной вероятностью мутации, равной 1/n (n - количество переменных). Это означает, что чем больше n, тем ниже вероятность возникновения мутации. Кроме того, следует отметить, что независимая возможность мутации для всех особей популяции, то есть каждый особь популяции имеет возможность происходить мутацию или не происходить мутацию.

Осуществляется генерация случайного числа, если это значение меньше вероятности мутации, то проводится мутация для особя в соответствии со

следующим правилам:

- Случайным образом выбрать позицию i на особи, чтобы выполнить мутацию.

- $R[i]$ может увеличиваться или уменьшаться, но не должно быть больше $R[i+1]$ и меньше $R\,[i-1]$.

- Из-за условия постоянного объема необходимо случайным образом выбрать положение j, отличное от i, и изменяем $R[j]$ обратно пропорционально $R[i]$ так, чтобы объем тела не менялся.

Шаг 5: Образования последующего поколения

- С помощью процедуры естественного отбора выбрать 2 особя– «отца» и «мать».

- Выполнив скрещивание и мутацию двух указанных выше особей, мы создадим особь «ребенка».

- Процесс повторяется пока не создано необходимое количество «детей».

- Объединяя всех «родителей» и «детей» в общую популяцию, проводим пересчет пригодности и качества особей, а затем с помощью процедуры естественного отбора отобрать m особей для следующего поколения.

Шаг 6: Повторение процесса

Повторяется процесс с шаг 1 до шага 5 для m особей полученого поколения. И так до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение задачи.

Расчет был проведен для числа Маха M=5, коэффициента C_f = 0,001 и объем V=0,065. Отпимальная форма тела вращения с минимальным сопротивлением по предложенному алгоритму показана на Рисунке 3.

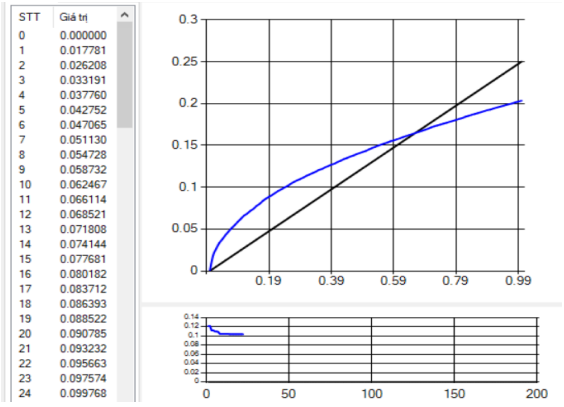


Рисунок 3. *Отпимальная форма и сходимость решения при M=5, C_f = 0,001 и V=0,065, L=1.*

Было примерно проведено сравнение полученного результата с результатами, полученными при решении задачи вариационной задачи аналитическим методом [3]. Сравнение было проведено при постоянных радусе донного сечения и объеме тела.

На Рисунке 4. видно, что полученное решение по предложенному алгоритму имеет хорошее совпадение решением, полученных в работе [3].

Для исследования влияния числа Маха и значения коэффициента поверхностного трения на форму тела вращения минимального сопротивления

былы проведены расчеты оптимальной формы при различных числах M и значениях коэффициента $C_f = 0$ и при постоянном R=0.2, L=1.

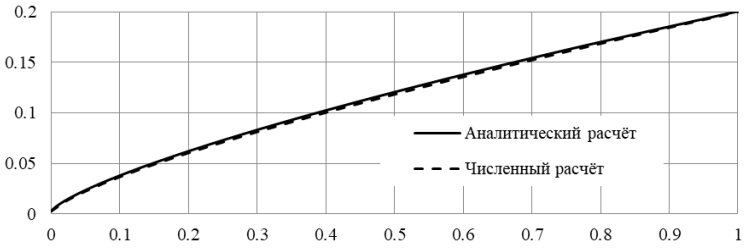
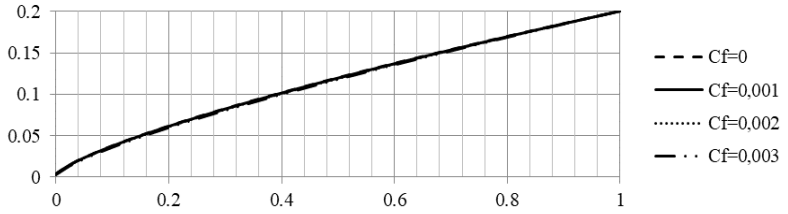
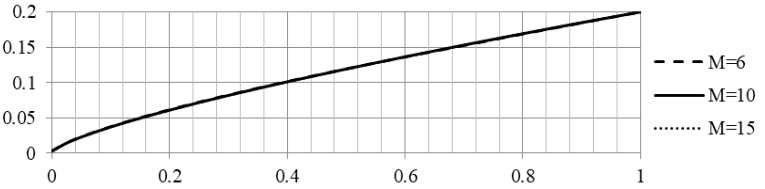


Рисунок 4. *Сравнение оптимальной формы при аналитическом и генетическом методе. M=5, $C_f = 0$ и R=0.2, L=1.*



а) при значениях коэффициента $C_f = 0; 0{,}001; 0{,}002; 0{,}003$



б) при числах M=6; 10; 15

Рисунок 5. *Сравнение оптимальной формы при различных числах M и значениях коэффициента $C_f = 0$ и при постоянном R=0.2, L=1.*

Приведенный анализ показал, что при решении задачи об определении оптимальной формы тела вращения при сверх или гиперзвуковом потоке параметры C_f и M незаметно влияют на оптимальную форму. Это вывод оказывается важным для решения последующей задачи при определении отпимальных любых форм при сверх или гиперзвуковом потоке, т.к. при решении таких задач достаточно применять формулу Ньютона, либо формулу касательного клина и приемлемо пренебречь поверхностным трением на теле.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для тела вращения коэффициент сопротивления в сверх или гиперзвуковом потоке можно определяться на основе гипотезы локальных взаимодействия.

Решением вариационной задачи на основе генетического алгоритма определяется оптимальной формы образующей тела вращении при заданных длине и объеме; и при заданных длине и диаметре миделя тела, а тажке при при различных числах M и значениях коэффициента C_f.

Приведен анализ сравнения оптимальных форм, полученных с помощью аналитического метода и численого метода на основе генетического алгоритма.

Сравнение расчетов с результатами опубликованных исследований показывает их хорошее совпадение. И важное внимание нужно обратить - это при определении отпимальных любых форм при сверх или гиперзвуковом потоке достаточно применять формулу Ньютона, либо формулу касательного клина и приемлемо не учитывать поверхностное трение на теле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Черный Г.Г. *Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью*. - М: Физматгиз, 1959. - 220 с.

[2]. Крайко А.Н., Пудовкин Д.Е., Якунина Г.Е. *Теория аэродинамических форм, близких к оптимальным*. - М: Янус-К, 2001. - 132 с.

[3]. Миеле А. *Теория оптимальных аэродинамических форм*. - М: Мир. 1969. - 508 с.

[4]. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. – М.: Машиностроение, 1975. - 328 с.

[5]. Остапенко Н.А., Якунина Г.Е. *О телах наименьшего сопротивления, двигающихся в средах при наличии закона локальности* // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1992. № 1. С. 95 - 106.

[6]. Буй В.Т., Зоан В.М., Нгуен М.Х., Нгуен Х.Ш. *Оптимизация формы осесимметричных тел при сверхзвуковых скоростях потока методом решения вариационных задач*. Международный научно-исследовательский журнал «Инновации в науке» номер №4(92). С. 22-28.

[7]. Буй В.Т., Нгуен Х.Ш. *Оптимизация сверхзвуковой осесимметричной формы численным методом локальных вариаций*. Сборник научных статей по материалам IV Международной научно-практической конференции FUNDAMENTAL SCIENCE AND TECHNOLOGY, Уфа, 2020. С. 40-49.

[8]. Якунина Г.Е. *К построению оптимальных пространственных форм в рамках модели локального взаимодействия* // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 2. С. 299–310.

TÓM TẮT

TỐI ƯU BIÊN DẠNG CỦA VẬT THỂ SIÊU ÂM TRÒN XOAY TRÊN CƠ SỞ LÝ THUYẾT TƯƠNG TÁC CỤC BỘ

Bài báo giải quyết bài toán xác định hình dạng của vật thể tròn xoay có lực cản nhỏ nhất trong dòng chảy siêu âm. Mô hình toán học tương tác giữa dòng chảy và bề mặt vật thể được xây dựng trên cơ sở lý thuyết tương tác cục bộ, có nghĩa là áp suất trên bề mặt vật thể chỉ phụ thuộc vào góc giữa pháp tuyến của bề bặt vật thể với véc tơ vận tốc của dòng chảy tới và số Mach. Bài toán được giải bằng phương pháp số trên cơ sở ứng dụng thuật toán di truyền khi biết trước thể tích và chiều dài, hoặc biết trước chiều dài và đường kính của vật thể. Kết quả được so sánh với các kết quả nhận được bởi các phương pháp khác. Trong phạm vi nghiên cứu bài báo cũng đưa ra ảnh hưởng của số Mach và hệ số ma sát bề mặt tới hình dạng tối ưu của vật thể tròn xoay.

Từ khóa: Tối ưu biên dạng vật thể; Lý thuyết tương tác cục bộ; Thuật toán di truyền; Hình dạng tối ưu vật thể tròn xoay.

Nhận bài ngày 12 tháng 8 năm 2021
Hoàn thiện ngày 22 tháng 9 năm 2021
Chấp nhận đăng ngày 24 tháng 9 năm 2021

Авторы:

[1] Военная техническая академия / Học viện Kỹ thuật quân sự;

[2] Военный научный технологический институт / Viện Khoa học và Công nghệ quân sự.

[*] Электронная почта / E-mail: vantien@lqdtu.edu.vn.