MÔ HÌNH KẾT CẤU VỎ COMPOSITE DẠNG HÌNH CÔN CÓ ĐÁY NHẬN ĐƯỢC BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUẤN TRẮC ĐỊA

Trần Ngọc Thanh, Đinh Văn Hiến*, Vũ Tùng Lâm, Bùi Văn Ấm

Tóm tắt. *Các vỏ trụ có đáy, vỏ cầu hoặc dạng thân côn có đáy chịu áp lực trong, làm từ vật liệu composite cốt sợi/nền polyme bằng phương pháp quấn được dùng khá phổ biến. Kết cấu vỏ dạng thân côn có đáy là trường hợp tổng quát của vỏ trụ và cầu. Các mô hình kết cấu và công nghệ quấn vỏ trụ và cầu đã có nghiên cứu. Đối với vỏ composite dạng thân côn, có điểm khác biệt là điều kiện quấn ở phần chuyển tiếp giữa phần côn và đáy thay đổi, thêm nữa, do có góc hình côn, nên cần khống chế điều kiện không trượt sợi ở lớp quấn ngang trên phần côn, từ đó, dẫn đến điều kiện của mô hình kết cấu thay đổi, cần được nghiên cứu. Vì lý do đó, mô hình toán cho thiết kế kết cấu vỏ composite dạng thân côn có đáy nhận được bằng phương pháp quấn trắc địa được xây dựng. Kết quả nghiên cứu là cơ sở cho thiết kế các kết cấu thực và công nghệ quấn sản phẩm.*

Từ khóa: Kết cấu composite; Vỏ composite hình côn; Bình áp lực composite; Quấn sợi.

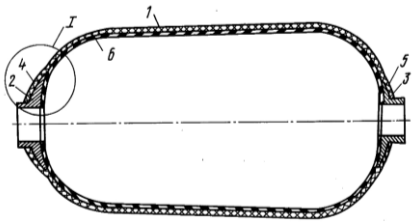
1. MỞ ĐẦU

Kết cấu tròn xoay làm từ vật liệu composite cốt sợi độ bền cao/nền polyme bằng công nghệ quấn ngày càng sử dụng rộng rãi trong dân dụng và quốc phòng nhờ ưu điểm nổi trội của vật liệu composite là độ bền riêng và mô đun đàn hồi riêng hơn hẳn so với vật liệu kim loại thông thường. Trải qua hơn nửa thế kỷ phát triển, các thành tựu về lý thuyết và công nghệ quấn khá đa dạng và phong phú, trải rộng trên nhiều dạng kết cấu và kỹ thuật rải sợi khác nhau, trong đó, chủ yếu là các kết cấu dạng cầu, trụ và xuyến với các kỹ thuật rải sợi điển hình là trắc địa và phi trắc địa. Đối với kết cấu composite được quấn sợi, do quá trình hình thành kết cấu gắn chặt với quá trình tạo thành vật liệu và công nghệ, nên để làm chủ được công nghệ sản phẩm cần làm chủ vấn đề thiết kế kết cấu.

Ở khía cạnh lý thuyết, có hai cách tiếp cận là lý thuyết lưới (lý thuyết vật liệu composite đơn hướng) và lý thuyết liên tục (lý thuyết vật liệu composite dị hướng) trong thiết kế vỏ composite tròn xoay. Lý thuyết liên tục chính xác hơn lý thuyết lưới bởi mô hình vật liệu phản ánh ứng xử thực của vật liệu composite chính xác hơn, song lý thuyết lưới đơn giản hơn, phù hợp với các loại vật liệu composite cốt sợi độ bền cao như sợi cacbon, thủy tinh, kevlar, aramid,...

Đối với kết cấu dạng thân côn có đáy (hình 1), một dạng kết cấu tổng quát của vỏ dạng trụ có đáy và cầu, các mô hình toán lý thuyết hầu như chưa được quan tâm.

Vì lý do đó, mô hình toán cho thiết kế vỏ composite dạng thân côn có đáy dựa trên lý thuyết lưới được nghiên cứu phát triển. Trong khuôn khổ bài báo, kỹ thuật rải sợi trên các đáy được giới hạn là quấn trắc địa- một kiểu quấn mà về lý thuyết sẽ không có hiện tượng trượt sợi theo phương ngang.



Hình 1. *Mô hình vỏ bình áp lực thân côn làm từ vật liệu composite.*

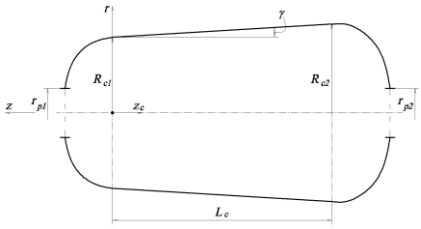
2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH TOÁN

2.1. Đặc trưng hình học và vật lý của vỏ côn có đáy được quấn sợi

Vỏ hình côn có hai đáy được mô tả như hình 2, có các đặc trưng hình học gồm các bán kính

lỗ cực r_{p1}, r_{p2}, bán kính tại phần chuyển tiếp giữa phần côn và phần đáy (bán kính xích đạo) R_{c1}, R_{c2}, chiều dài phần côn L_c và góc côn γ. Giả thiết, vỏ đủ điều kiện quấn kết hợp bởi các lớp quấn xoắn bao kín và lớp quấn ngang gia cường cho phần côn; các đáy vỏ thỏa mãn điều kiện quấn trắc địa (phương trình Clairaut) [1]:

$$r.\sin\beta = const \tag{1}$$



Hình 2. *Kinh tuyến của vỏ hình côn có đáy.*

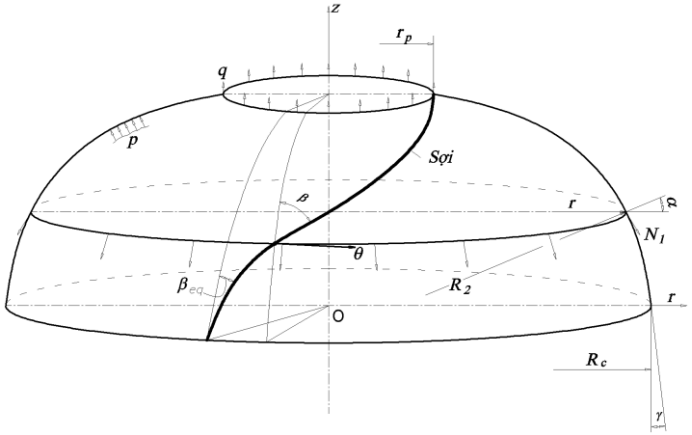
Các đặc trưng hình học và vật lý của đáy vỏ được quấn sợi trong hệ tọa độ cực (r, z, θ) được mô tả như hình 3 và hình 4. Phân bố sợi và nội lực trong phân tố vỏ được mô tả như hình 5. Trong đó:

- r_p và R_c là bán kính lỗ cực và bán kính phần chuyển tiếp giữa đáy và phần côn;
- β là góc quấn, là góc tạo bởi tiếp tuyến của quỹ đạo sợi với đường sinh vỏ;
- R_1 và R_2 là bán kính cong của cung kinh tuyến và cung vĩ tuyến của vỏ, được xác định như công thức 2 và 3 [2, 3]:

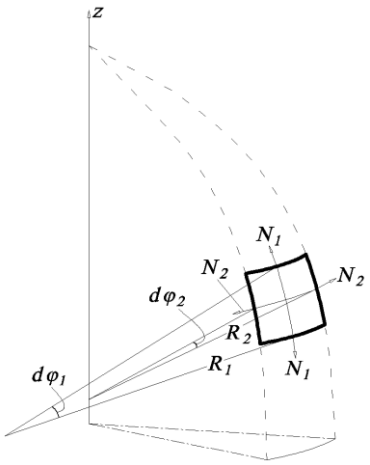
$$R_1 = -\frac{\sqrt{\left(1+r'^2\right)^3}}{r''} \tag{2}$$

$$R_2 = \frac{r}{\cos\alpha} = r.\sqrt{1+r'^2} \tag{3}$$

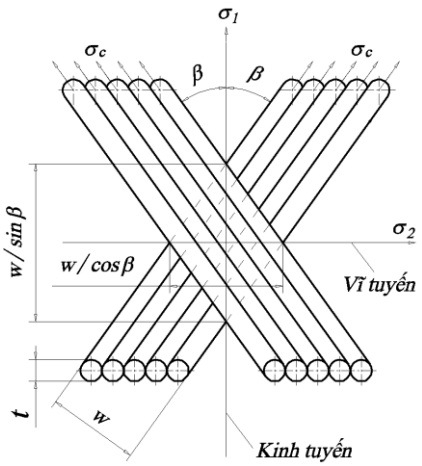
- α là góc tạo bởi vectơ bán kính R_2 và bán kính hướng tâm r;
- r' và r'' là đạo hàm bậc nhất và bậc hai của r theo z;
- p và q là áp suất bên trong và lực phân bố đường tại lỗ cực, $q = p.r_p / 2$ với vỏ có lỗ cực đóng kín và $q = 0$ với vỏ có lỗ cực hở.
- N_1 và N_2 là lực trên đơn vị dài theo phương kinh tuyến và vĩ tuyến;
- w và t là bề rộng và chiều dày của băng sợi;
- σ_c là ứng suất tác dụng dọc trục sợi;
- σ_1 và σ_2 là các ứng suất thành phần trên phương kinh tuyến và vĩ tuyến.



Hình 3. *Mô hình đáy vỏ hình côn và các tham số hình học, vật lý liên quan.*



Hình 4. *Các thành phần nội lực trong phân tố vỏ.*



Hình 5. *Phân bố sợi và lực sợi trong lớp vỏ composite.*

2.2. Mô hình toán mô tả biên dạng đáy vỏ composite dạng thân côn

Biết rằng, một biên dạng đáy vỏ tối ưu cần thỏa mãn 2 điều kiện: (1)- Hình dạng cân bằng; (2) - Không trượt sợi. Tuy nhiên, do điều kiện quấn được giới hạn là quấn trắc địa, nên biên dạng đáy vỏ chỉ cần thỏa mãn điều kiện thứ nhất. Theo [2], một vỏ composite có hình dạng cân bằng thì nội lực phát sinh trong vỏ phải cân bằng với lực kéo sợi do áp lực trong *p* gây ra.

a. Nội lực phát sinh trong vỏ trong theo lý thuyết vỏ phi mô men

Xét cân bằng lực trên phương *z* (hình 3), ta có [4]:

$$2.\pi.r.N_1.\cos\alpha = 2.\pi\int_{r_p}^{r} p.r.dr + 2.\pi.r_p q \tag{4}$$

Tiếp theo, xét cân bằng lực theo phương pháp tuyến của vỏ (hình 4), ta có [4]:

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = p \tag{5}$$

Thay $\cos\alpha$ từ (3) vào (4) tìm được N_1 và thay N_1 vào (5) tìm được N_2:

$$N_1 = \frac{p.R_2}{2}\left(\frac{r^2 - C.r_p^2}{r^2}\right) \tag{6}$$

$$N_2 = \frac{p.R_2}{2}\left[2 - \frac{R_2}{R_1}\left(\frac{r^2 - C.r_p^2}{r^2}\right)\right] \tag{7}$$

Trong đó, $C = 0$ ứng với vỏ có lỗ cực đóng kín và $C = 1$ ứng với vỏ có lỗ cực hở.

b. Nội lực phát sinh trong vỏ theo lý thuyết vật liệu composite lớp

Xét phân tố vỏ có chứa các sợi được quấn tạo thành góc đối xứng β như hình 5. Khi đó, ứng suất trung bình trên phương kinh tuyến và vĩ tuyến của vỏ được xác định như sau [2, 4]:

$$\sigma_1 = \sigma_c.\cos^2\beta \tag{8}$$

$$\sigma_2 = \sigma_c.\sin^2\beta \tag{9}$$

Mặt khác, các thành phần ứng suất (σ_1, σ_2) có thể được xác định theo các thành phần nội lực (N_1, N_2) và chiều dày *h* của vật liệu composite:

$$\sigma_1 = N_1 / h \tag{10}$$

$$\sigma_2 = N_2 / h \tag{11}$$

Kết hợp các cặp phương trình (8)-(10) và (9)-(11), ta được:

$$\tan^2\beta = \frac{N_2}{N_1} \tag{12}$$

c. Phương trình vi phân mô tả biên dạng đáy vỏ hình côn

Do đáy vỏ được quấn trắc địa phải thỏa mãn phương trình Clairaut (1), nên tại điểm lỗ cực có góc quấn $\beta = 90^0$ và bán kính $r = r_p$, ta có:

$$r.\sin\beta = r_p.\sin 90^0 = r_p \tag{13}$$

Từ đó, suy ra:

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}} = \frac{r_p / r}{\sqrt{1-\left(r_p / r\right)^2}} = \frac{r_p}{\sqrt{r^2 - r_p^2}} \tag{14}$$

Bằng việc thay N_1 và N_2 ở (6) và (7) vào (12) với R_1 và R_2 được xác định như (2) và (3), $\tan\beta$ được xác định như (14), nhận được phương trình vi phân mô tả biên dạng đáy như sau:

$$r'' = \left(\frac{r_p^2}{r^2 - r_p^2} - \frac{2.r^2}{r^2 - C.r_p^2}\right)\frac{1+r'^2}{r} \tag{15}$$

Để tiện cho việc khảo sát, ta chuyển phương trình (15) về dạng không thứ nguyên bằng cách đặt $\overline{r} = r / R_c, \overline{z} = z / R_c$:

$$\overline{r}'' = \left(\frac{\overline{r}_p^2}{\overline{r}^2 - \overline{r}_p^2} - \frac{2.\overline{r}^2}{\overline{r}^2 - C.\overline{r}_p^2}\right)\frac{1+\overline{r}'^2}{\overline{r}} \tag{16}$$

Điều kiện đầu để giải phương trình (16) là: tại $\overline{z} = 0, \overline{r}(0) = 1, \overline{r}'(0) = \pm\tan\gamma$, ở đó, dấu (-) ứng với đáy nhỏ, dấu (+) ứng với đáy lớn của vỏ hình côn.

Với các trường hợp mà vỏ có lỗ cực đóng kín và hở, phương trình vi phân mô tả biên dạng đáy vỏ được suy ra từ (16) lần lượt như sau:

$$\overline{r}'' = \left(\frac{\overline{r}_p^2}{\overline{r}^2 - \overline{r}_p^2} - 2\right)\frac{1+\overline{r}'^2}{\overline{r}} \tag{17}$$

$$\overline{r}'' = \left(\frac{\overline{r}_p^2 - 2.\overline{r}^2}{\overline{r}^2 - \overline{r}_p^2}\right)\frac{1+\overline{r}'^2}{\overline{r}} \tag{18}$$

2.3. Ràng buộc của góc hình côn theo điều kiện không trượt sợi

Do vỏ hình côn được giả thiết là gồm lớp quấn xoắn bao kín vỏ và lớp quấn ngang gia cường lực trên phần côn, trong khi, bán kính của hình côn thay đổi tuyến tính theo tọa độ z_c và góc quấn ngang luôn không đổi bằng 90^0, nên điều kiện Clairaut không đảm bảo, tức là lớp quấn ngang sẽ được quấn theo quỹ đạo phi trắc địa, do vậy, sợi luôn có xu hướng trượt.

Biết rằng, trong quấn phi trắc địa, hệ số trượt của sợi λ là tỷ số giữa lực tiếp tuyến và lực pháp tuyến vuông góc với trục sợi, có quan hệ với các tham số hình học của vỏ và góc quấn β như sau [4, 5]:

$$\lambda = \frac{\left(1+r'^2\right).(r'.\sin\beta + r.\beta'.\cos\beta)}{\left(1+r'^2\right).\sin^2\beta - r.r''.\cos^2\beta} \tag{19}$$

Khi đó, với sợi quấn ngang trên phần côn có góc $\beta = 90^0$, từ (19), ta có:

$$\lambda = r'(z_c) = \frac{dr(z_c)}{dz_c} \tag{20}$$

Mặt khác: $r(z_c) = R_c + z_c.\tan\gamma$. Vậy:

$$\lambda = r'(z_c) = \tan\gamma \tag{21}$$

Điều kiện không trượt của sợi khi quấn phi trắc địa [6]:

$$\lambda \le [\lambda] \tag{22}$$

Trong đó, [λ] là hệ số trượt cho phép, chính là hệ số ma sát tĩnh giữa sợi và khuôn quấn. Trường hợp quấn ướt: [λ] = 0,2; Trường hợp quấn khô: [λ] = 0,4 [7].

Khi đó, điều kiện ràng buộc của góc côn γ là:

$$\gamma \le \arctan[\lambda] \tag{23}$$

Ứng với trường hợp quấn ướt $\gamma_{max} = 11{,}3^0$ và quấn khô $\gamma_{max} = 21{,}8^0$.

2.4. Bài toán xác định chiều dày lớp vật liệu composite

Do giả thiết ở phần côn gồm các lớp quấn xoắn và quấn ngang, các thành phần nội lực N_1 và N_2 tại xích đạo sẽ được xác định như sau:

$$N_1 = \sigma_c.h_c.\cos^2\beta_c \tag{24}$$

$$N_2 = \sigma_c.h_c.\sin^2\beta_c + \sigma_c.h_h.\sin^2 90^0 \tag{25}$$

Trong đó: h_c, h_h là chiều dày lớp quấn xoắn và quấn ngang tại xích đạo; β_c là góc quấn ở xích đạo. Mặt khác:

$$N_1 = \frac{p.R_c}{2.\cos\gamma}\left[1 - C.\left(\frac{r_p}{R_c}\right)^2\right] \tag{26}$$

$$N_2 = \frac{p.R_c}{\cos\gamma} \tag{27}$$

Giả thiết rằng, khi chịu tải, ứng suất kéo dọc sợi là như nhau trên mọi tiết diện, khi đó, chiều dày của các lớp quấn cần đảm bảo rằng dưới tác dụng của áp suất phá hủy p_b, ứng suất kéo σ_c sẽ đạt tới giá trị độ bền dọc sợi của vật liệu composite [σ_c]. Bằng việc kết hợp các cặp phương trình (24)-(26) và (25)-(27), và chuyển về dạng không thứ nguyên, chiều dày lớp quấn xoắn và ngang được xác định như sau:

$$\bar{h}_c = \frac{p_b.\left(1 - C.\bar{r}_p^2\right)}{2.[\sigma_c].\cos\gamma.\cos^2\beta_c} \tag{28}$$

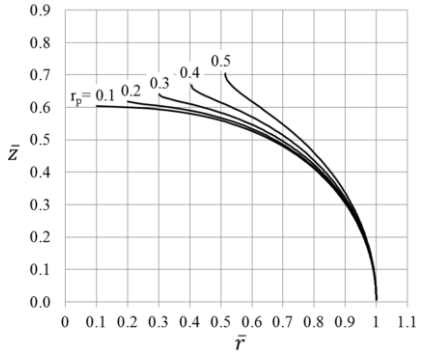
$$\bar{h}_h = \frac{p_b}{[\sigma_c].\cos\gamma} - \bar{h}_c.\sin^2\beta_c \tag{29}$$

Chiều dày trên đáy được xác định từ giả thiết rằng diện tích tiết diện của lớp composite và tổng số lượng sợi trên mặt cắt bất kỳ vuông góc với trục tâm vỏ là không đổi. Khi đó, phân bố chiều dày trên đáy được xác định như sau [4]:

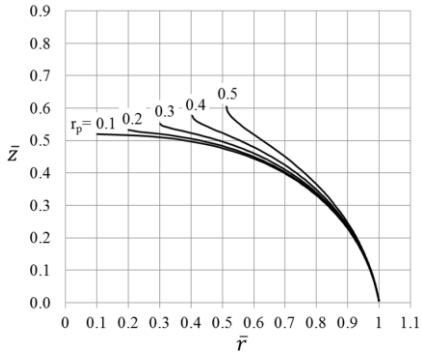
$$\bar{h} = \frac{h}{R_c} = \bar{h}_c\frac{\cos\beta}{\bar{r}.\cos\beta_c} \tag{30}$$

3. MỘT SỐ KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

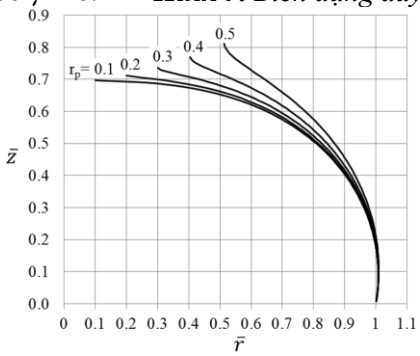
Trong phần này, chúng ta sẽ tính toán biên dạng đáy và chiều dày vật liệu composite cho kết cấu hình côn có lỗ cực đóng kín. Trên cơ sở mô hình toán, phần mềm toán học Mathcad được sử dụng để tính toán với lời giải phương trình (17) bằng phương pháp tích phân số. Kết quả tính toán biên dạng đáy vỏ composite dạng hình côn cho hai trường hợp góc $\gamma = 0^0$ và $\gamma = 10^0$ với các bán kính cực r_p khác nhau chỉ ra từ hình 6 đến hình 8.



Hình 6. *Biên dạng đáy với góc $\gamma = 0$.*



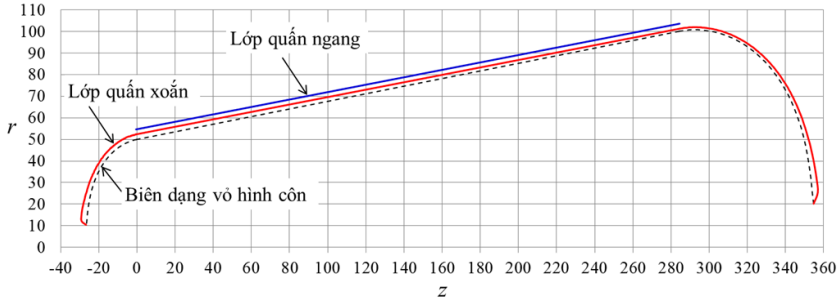
Hình 7. *Biên dạng đáy nhỏ hình côn với góc $\gamma = 10^0$.*



Hình 8. *Biên dạng đáy lớn hình côn với góc $\gamma = 10^0$.*

Có thể thấy, so với trường hợp góc $\gamma = 0^0$ (tương ứng với vỏ trụ hoặc cầu), trường hợp góc $\gamma = 10^0$, biên dạng đáy nhỏ của hình côn có độ dốc thấp hơn, chiều cao đáy cũng thấp hơn, ngược lại, biên dạng đáy lớn có độ dốc và chiều cao đáy lớn hơn.

Cũng trên cơ sở mô hình toán và chương trình đã xây dựng, một trường hợp cụ thể của vỏ composite dạng hình côn có các tham số: R_{c1} = 50 mm, R_{c2} = 100 mm, $\gamma = 10^0$, áp suất phát hủy, p_b = 45 MPa được tính toán cho vật liệu composite cốt sợi cacbon/nền epoxy có độ bền $[\sigma_c]$ = 2000 MPa (hình 9). Kết quả chỉ ra, chiều dài phần thân côn, L_c = 283,6 mm, chiều dày lớp quấn xoắn ở phần xích đạo của đáy lớn h_{c2} = 1,2 mm, chiều dày lớp quấn ngang, h_h = 2,24 mm. Nếu biết chiều dày và bề rộng băng sợi quấn, số lớp quấn và số vòng quấn sẽ được xác định.



Hình 9. *Biên dạng vỏ hình côn và phân bố chiều dày tính toán.*

4. KẾT LUẬN

Từ phân tích đặc trưng hình học và vật lý của vỏ composite dạng hình côn chịu áp lực trong, điều kiện về hình dạng cân bằng vỏ và không trượt sợi, đã xây dựng mô hình toán mô tả biên dạng đáy hình côn, điều kiện ràng buộc không trượt sợi của góc côn, cũng như các công thức xác định chiều dày các lớp quấn. Kết quả là cơ sở thiết kế kết cấu vỏ composite dạng thân côn bao gồm cả vỏ dạng trụ và cầu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. A. Gray, "*Modern differential geometry of curves and surfaces*," Boca Ration: CRC press (1993).
[2]. W.S. Read, "*Equilibrium shapes for pressurized fiberglas domes*," Journal of Engineering of Industry, Vol 85 (1963), pp.115-118.
[3]. M. Hojjati and et al., "*Design of domes for polymeric composite pressure vessels,*" Composite Engineering, Vol 5, Issue 1 (1995), pp.51-59.
[4]. D.V. Hien, T.N. Thanh and et al., "*Design of planar wound composite vessel based on preventing slippage tendency of fibers*," Journal of Composite Structures, Vol 254 (2020).
[5]. L. Zu and et al., "*Design of filament–wound domes based on continuum theory and non-geodesic roving trajectories*," Composites Part A, Vol 41, Issue 9 (2010), pp.1312-1320.
[6]. J.D. Carvalho and et al, "*Optimization of filament-wound parts based on non-geodesic winding*," Composites Manufacturing, Vol 6 (1995), pp.79-84.
[7]. R. Wang and et al., "*Slippage coefficient measurement for nongeodesic filament-winding process*," Composites: Part A, Vol 42 (2011), pp.303-309.

ABSTRACT

STRUCTURAL MODEL OF CONICAL COMPOSITE SHELL OBTAINED BY WITH GEODESIC WOUND DOMES

Two-dome cylindrical shells, spheres or two-dome conical shells made of fiber reinforced polymer materials by using the filament winding method are applied popularly in fields. The structure of the two-dome conical shell is the general structure of the cylindrical shell and sphere. Structural models and winding process of the cylindrical shell and sphere have been studied before. For composite conical shells, the winding condition at the equator between the dome and cone is changed, and moreover, since having the conical angle, the non-slippage condition of fibers when winding hoop layers must be controlled, thus, the mathematical model for designing the structure of shell is changed that should be investigated. for that reason, the mathematical model for designing the geodesic wound composite conical shell will be built. The studied results will be the basis for true structure design and product-winding process.

Keywords: Compsite structures; Conical composite shells; Composite pressure vessels; Filament winding.

Nhận bài ngày 12 tháng 4 năm 2021
Hoàn thiện ngày 12 tháng 8 năm 2021
Chấp nhận đăng ngày 05 tháng 9 năm 2021

Địa chỉ: Viện Tên lửa, Viện Khoa học và Công nghệ quân sự.
*Email: vanhiencompany221182@gmail.com.