NGHIÊN CỨU TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT NHIỆT CỦA VỎ TRỤ COMPOSITE LỚP TRÊN CƠ SỞ LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG TRƯỢT BẬC CAO THEO HƯỚNG TIẾP CẬN GIẢI TÍCH

Nguyễn Trường Thanh*

Tóm tắt: *Bài báo tính toán trạng thái ứng suất biến dạng vỏ trụ composite lớp dưới tác dụng của nhiệt độ, trên cơ sở lý thuyết biến dạng trượt bậc cao theo hướng tiếp cận giải tích. Trên cơ sở thiết lập các phương trình ba chiều trong lý thuyết đàn hồi phi tuyến của vỏ dưới tác dụng của tải nhiệt, bài báo phân các phương trình phi tuyến hai chiều đối với vỏ trụ bằng cách sử dụng phương pháp biến phân và phân tích trường chuyển vị thành chuỗi hàm đa thức theo chiều dày vỏ. Từ các phương trình nhận được, bài báo đã đưa ra hệ phương trình cân bằng theo trường chuyển vị và các điều kiện biên tương ứng; Thiết lập chương trình tính toán và so sánh kiểm chứng với các kết quả đã công bố; Áp dụng công thức tính toán lý thuyết để khảo sát trạng thái ứng suất vỏ trụ composite lớp dưới tác dụng của nhiệt độ.*

Từ khóa: Vỏ trụ composite lớp; Ứng suất nhiệt; Biến dạng trượt bậc cao; Tải trọng nhiệt độ.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Các nghiên cứu về đáp ứng nhiệt đàn hồi của kết cấu sử dụng lý thuyết cổ điển, hoặc lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất được trình bày trong các công trình Reddy [1]. Zenkour và Fares [3] đã xây dựng mô hình nhiệt đàn hồi đơn lớp tương đương của vỏ trụ composite lớp sử dụng lý thuyết bậc nhất cải tiến với phân bố nhiệt độ theo chiều dày tuân theo quy luật tuyến tính. Tornabene cùng cộng sự [4] sử dụng lý thuyết bậc nhất trong nghiên cứu tấm composite vuông và tròn với điều kiện biên tổng quát. Sử dụng lý thuyết bậc nhất cải tiến, hai tác giả Zenkour và Fares [5] đã xây dựng mô hình nhiệt đàn hồi đơn lớp tương đương của vỏ trụ composite lớp.

Ootao cùng cộng sự [6] nghiên cứu đáp ứng cơ nhiệt của vỏ composite lớp cross-ply sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc cao nhưng chỉ hạn chế với điều kiện biên tựa đơn. Bhaskar cùng cộng sự [7] trình bày kết quả nghiên cứu ứng suất nhiệt của tấm composite nhiều lớp dựa trên cơ sở lý thuyết bậc cao. Nghiên cứu chỉ ra rằng, việc sử dụng xấp xỉ bậc ba hoặc bậc năm đối với chuyển vị theo chiều dày tấm cho kết quả có độ chính xác cao trong tính toán ứng suất pháp ngang của tấm dưới tác dụng của nhiệt độ phân bố theo hàm sin.

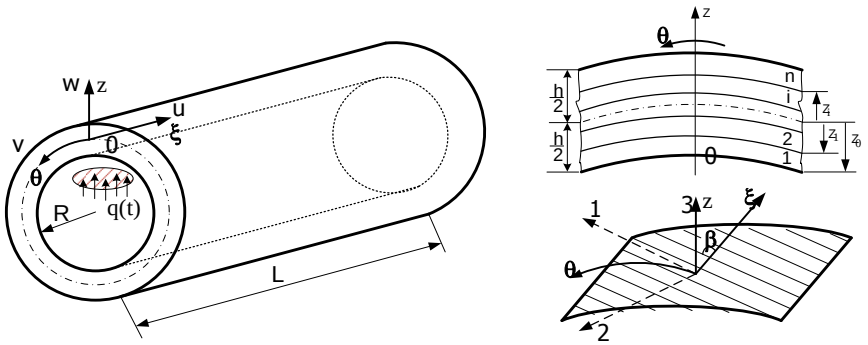
Việc sử dụng lý thuyết nhiệt đàn hồi ba chiều (3D) cũng được quan tâm nghiên cứu. Bhaskar và cộng sự [13] đã nghiên cứu tấm composite trực hướng trên cơ sở lý thuyết nhiệt đàn hồi 3D. Các tác giả sử dụng giả thiết về sự biến đổi tuyến tính của nhiệt độ theo bề dày để giải bài toán trong trường hợp uốn trụ. Tungikar và Rao [8] đưa ra lời giải 3D chính xác đối với tấm vuông composite lớp chịu tác dụng của tải trọng nhiệt độ. Tải trọng nhiệt được phân tích dưới dạng chuỗi lượng giác kép, sự biến đổi của nhiệt độ theo chiều dày được xác định bằng cách giải phương trình truyền nhiệt. Liu và cộng sự [9] nghiên cứu tấm, vỏ composite nhiều lớp cross-ply dựa trên lý thuyết nhiệt đàn hồi 3D. Các phương trình của lý thuyết nhiệt đàn hồi 3D được giải bởi phương pháp phần tử hữu hạn. Khdeir cùng cộng sự [2] đã sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc ba để phân tích tấm, vỏ composite lớp dưới tác dụng của nhiệt độ. Các tác giả sử dụng phương pháp trạng thái không gian theo cách tiếp cận lời giải Levy để giải hệ phương trình vi phân nhận được.

Tuy nhiên, trong các công trình nghiên cứu đã nêu ở trên, phần lớn các tác giả chỉ tập trung nghiên cứu chuyển vị và ứng suất của tấm, vỏ tại vị trí giữa. Trạng thái ứng suất tại khu vực biên chưa được quan tâm nghiên cứu nhiều. Trong công trình này, các tác giả sử dụng mô hình lý thuyết biến dạng trượt và pháp tuyến bậc cao trình bày trong [11, 12] để nghiên cứu ứng suất của vỏ trụ composite lớp dưới tác dụng của nhiệt độ có kể đến ảnh hưởng của điều kiện biên. Các

phương trình cơ bản và điều kiện biên nhận được bằng cách sử dụng nguyên lý công ảo khả dĩ. Việc giải bài toán biên với các điều kiện biên khác nhau được thực hiện bằng cách sử dụng phân tích theo chuỗi lượng giác đơn và phép biến đổi Laplace. Để kiểm chứng mô hình và phương pháp tính toán sử dụng trong công trình này, các tác giả thực hiện so sánh kết quả tính toán chuyển vị, ứng suất tại vị trí giữa vỏ nhận được trong công trình này với kết quả tính toán theo các mô hình lý thuyết khác.

2. XÂY DỰNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH TÍNH

2.1. Thiết lập các phương trình cơ bản



Hình 1. *Vỏ trụ composite lớp và các hệ trục tọa độ.*

Xét vỏ trụ tròn trong hệ tọa độ cong trực giao $0\xi\theta z$. Kết cấu vỏ trụ composite có *n* lớp, mỗi lớp là vật liệu composite cốt sợi đồng phương, có các thông số hình học như hình 1, phương chính của mỗi lớp trùng với phương đặt cốt của lớp tương ứng. Vỏ trụ có kích thước $R\times L\times h$, theo hình 1.

Theo [12], chuyển vị của vỏ được phân tích thành dạng tổng, với $K_w \le K$:

$$u(\xi,\theta,z)=\sum_{k=0}^{K}u_k(\xi,\theta)\frac{z^k}{k!},\ v(\xi,\theta,z)=\sum_{k=0}^{K}v_k(\xi,\theta)\frac{z^k}{k!},\ w(\xi,\theta,z)=\sum_{k=0}^{K_w}w_k(\xi,\theta)\frac{z^k}{k!}. \qquad (1)$$

Trong đó: *K* chỉ bậc của lý thuyết vỏ; $u(\xi,\theta,z), v(\xi,\theta,z), w(\xi,\theta,z)$ là các thành phần chuyển vị *3D* của điểm $P(\xi,\theta,z)$ từ khoảng cách z tới mặt trung hòa (ở đây, giả thiết mặt trung hòa trùng với mặt trung bình, *z = 0*) theo các trục tọa độ; u_0, v_0, w_0 là các thành phần chuyển vị 2D của điểm *P* theo các trục tọa độ; u_1, v_1: Góc xoay của mặt cắt ngang thành phần vỏ quanh trục θ,ξ; Các thành phần khác trong phương trình trường chuyển vị (1) như: $u_2, v_2, w_1, w_2, u_3, v_3,...$ là các chuyển vị bậc cao trong chuỗi phân tích Taylor.

** Biến dạng và ứng suất vỏ composite lớp dưới tác dụng của tải trọng nhiệt*

Mối quan hệ tuyến tính giữa các thành phần của trường biến dạng và trường chuyển vị của vỏ trụ trong hệ tọa độ trụ $O\xi\theta Z$ theo [1], xác định theo công thức:

$$\{\varepsilon\}_k=\{\varepsilon_0\}_k+\{\varepsilon_T\}_k \qquad (2)$$

Ở đây, $\{\varepsilon_0\}_k$ và $\{\varepsilon_T\}_k$ lần lượt là biến dạng do tải trọng cơ và nhiệt của vỏ, với: $\{\varepsilon_0\}_k=\{\varepsilon_\xi,\varepsilon_\theta,\varepsilon_z,\gamma_{\xi\theta},\gamma_{\theta z},\gamma_{\xi z}\}_k^T$ theo [12].

Khi vỏ trụ làm việc trong giới hạn đàn hồi thì mối liên hệ giữa biến dạng và ứng suất tuân theo định luật Hooke đối với lớp vật liệu thứ k trong hệ tọa độ địa phương gắn với từng lớp có dạng:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \tau_{12}\\ \tau_{13}\\ \tau_{23}\end{Bmatrix}^{(k)}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}\end{bmatrix}^{(k)}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1-\alpha_1\Delta T\\ \varepsilon_2-\alpha_2\Delta T\\ \varepsilon_3-\alpha_3\Delta T\\ \gamma_{12}\\ \gamma_{13}\\ \gamma_{23}\end{Bmatrix}^{(k)} \tag{3}$$

ở đây, ΔT là nhiệt độ chênh lệch so với nhiệt độ biến dạng của vật liệu và các hệ số độ cứng vật liệu C_{ij} tại lớp thứ k được xác định theo [12].

Mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong hệ tọa độ tổng thể cho bởi:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_\xi\\ \sigma_\theta\\ \sigma_z\\ \tau_{\xi\theta}\\ \tau_{\xi z}\\ \tau_{\theta z}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & 0 & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & 0 & 0\\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} & 0 & 0\\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & Q_{56}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{56} & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_\xi-\alpha_\xi\Delta T\\ \varepsilon_\theta-\alpha_\theta\Delta T\\ \varepsilon_z-\alpha_z\Delta T\\ \gamma_{\xi\theta}-\alpha_{\xi\theta}\Delta T\\ \gamma_{\xi z}\\ \gamma_{\theta z}\end{Bmatrix}, \tag{4}$$

ở đây, ma trận độ cứng $\left[Q^{(k)}\right]$ được cho bởi:

$$\left[Q^{(k)}\right]=\left[T^{(k)}\right]^t\left[C^{(k)}\right]\left[T^{(k)}\right], \tag{5}$$

ma trận độ cứng $\left[C^{(k)}\right]$và ma trận chuyển hệ tọa độ $\left[T^{(k)}\right]$, xác định theo [13].

Với
$$\begin{aligned}&\alpha_\xi=\alpha_1\cos^2(\beta)+\alpha_2\sin^2(\beta),\alpha_\theta=\alpha_1\sin^2(\beta)+\alpha_2\cos^2(\beta),\\ &\alpha_z=\alpha_3,\alpha_{\xi\theta}=2(\alpha_1-\alpha_2)\sin(\beta)\cos(\beta).\end{aligned} \tag{6}$$

** Phương trình cân bằng và các điều kiện biên*

Sử dụng nguyên lý biến phân Lagrange để xây dựng phương trình cân bằng, phương trình biến phân năng lượng như sau:

$$\delta\Pi=\delta(U-A)=0. \tag{7}$$

trong đó, $\delta\Pi$, δU và δA lần lượt là biến phân tổng năng lượng, biến phân thế năng và biến phân công ngoại lực. Biến phân thế năng biến dạng đàn hồi:

$$\begin{aligned}\delta U&=\int_V\left(\sigma_\xi\delta\varepsilon_\xi+\sigma_\theta\delta\varepsilon_\theta+\sigma_z\delta\varepsilon_z+\tau_{\xi\theta}\delta\varepsilon_{\xi\theta}+\tau_{\xi z}\delta\varepsilon_{\xi z}+\tau_{\theta z}\delta\varepsilon_{\theta z}\right)dV=\\ &=\int_S\left(\sum_{i=1}^{N}\int_{h_{(i-1)}}^{h_{(i)}}\begin{pmatrix}\sigma_\xi\delta\varepsilon_\xi+\sigma_\theta\delta\varepsilon_\theta+\sigma_z\delta\varepsilon_z+\\ +\tau_{\xi\theta}\delta\varepsilon_{\xi\theta}+\tau_{\xi z}\delta\varepsilon_{\xi z}+\tau_{\theta z}\delta\varepsilon_{\theta z}\end{pmatrix}\left(1+\frac{z}{R}\right)R^2dz\right)d\xi d\theta.\end{aligned} \tag{8}$$

Giả thiết vỏ chịu tác dụng của tải trọng hướng tâm phân bố q^+ ở mặt ngoài và q^- ở mặt trong. Khi đó, biến phân thế năng của công ngoại lực được xác định:

$$\delta A=\int_\xi\int_\theta\left[q^+\delta w^+\left(1+\frac{h}{2R}\right)+q^-\delta w^-\left(1-\frac{h}{2R}\right)\right]R^2d\xi d\theta \tag{9}$$

Ở đây, $w^+ = w_0 + \frac{h}{2}w_1 + \frac{h^2}{8}w_2$, $w^- = w_0 - \frac{h}{2}w_1 + \frac{h^2}{8}w_2$.

Thay thế (9), (8) vào (7) và thực hiện biến đổi để xây dựng phương trình cân bằng ta sử dụng nguyên lý biến phân Lagrange [13], ta nhận hệ phương trình cân bằng theo chuyển vị khi $K=3$ như sau:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial N_{\xi}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(0)}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\xi}^{(0)}}{\partial \theta} + \partial N_{\theta z}^{(0)} = 0, \\
\frac{\partial N_{\xi}^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(1)}}{\partial \theta} - RN_{\xi z}^{(0)} = 0, \quad \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta}^{(1)}}{\partial \theta} - RN_{\theta z}^{(0)} = 0, \\
\frac{\partial N_{\xi}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(2)}}{\partial \theta} - RN_{\xi z}^{(1)} = 0, \quad \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta}^{(2)}}{\partial \theta} - RN_{\theta z}^{(1)} - \partial N_{\theta z}^{(2)} = 0, \\
\frac{\partial N_{\xi}^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta\xi}^{(3)}}{\partial \theta} - RN_{\xi z}^{(2)} = 0, \quad \frac{\partial N_{\xi\theta}^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta}^{(3)}}{\partial \theta} - RN_{\theta z}^{(2)} - 2N_{\theta z}^{(3)} = 0, \\
\frac{\partial N_{\xi z}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta z}^{(0)}}{\partial \theta} - N_{\theta}^{(0)} + N_{T\theta}^{(0)} - Rp_0 = 0, \\
\frac{\partial N_{\xi z}^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta z}^{(1)}}{\partial \theta} - N_{\theta}^{(1)} - RN_{z}^{(0)} + N_{T\theta}^{(1)} + RN_{Tz}^{(0)} - Rp_1 = 0, \\
\frac{\partial N_{\xi z}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{\theta z}^{(2)}}{\partial \theta} - N_{\theta}^{(2)} - RN_{z}^{(1)} + N_{T\theta}^{(2)} + RN_{Tz}^{(1)} - Rp_2 = 0.
\end{gathered}
\tag{10}
$$

Trong hệ phương trình (10), sử dụng các ký hiệu nội lực suy rộng như sau:

$$
\begin{gathered}
\left[N_{\xi}^{(0)} \;\; N_{\xi}^{(1)} \;\; N_{\xi}^{(2)} \;\; N_{\xi}^{(3)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_{\xi}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \left[1 \; z \; z^2 \; z^3\right] dz, \\
\left[N_{\theta}^{(0)} \; N_{\theta}^{(1)} \; N_{\theta}^{(2)} \; N_{\theta}^{(3)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_{\theta}^{(k)} \left[1 \; z \; z^2 \; z^3\right] dz, \\
\left[N_{z}^{(0)} \;\; N_{z}^{(1)} \;\; N_{z}^{(2)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \sigma_{z}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \left[1 \; z \; z^2\right] dz, \\
\left[N_{\theta\xi}^{(0)} \; N_{\theta\xi}^{(1)} \; N_{\theta\xi}^{(2)} \; N_{\theta\xi}^{(3)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\theta\xi}^{(k)} \left[1 \; z \; z^2 \; z^3\right] dz, \\
\left[N_{\xi\theta}^{(0)} \;\; N_{\xi\theta}^{(1)} \; N_{\xi\theta}^{(2)} \; N_{\xi\theta}^{(3)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\xi\theta}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \left[1 \; z \; z^2 \; z^3\right] dz, \\
\left[N_{\xi z}^{(0)} \;\; N_{\xi z}^{(1)} \; N_{\xi z}^{(2)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\xi z}^{(k)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \left[1 \; z \; z^2\right] dz, \\
\left[N_{\theta z}^{(0)} \; N_{\theta z}^{(1)} \; N_{\theta z}^{(2)} \; N_{\theta z}^{(3)}\right] = \sum_{k=1}^{NL} \int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}} \tau_{\theta z}^{(k)} \left[1 \; z \; z^2 \; z^3\right] dz,
\end{gathered}
\tag{11}
$$

$$\left[N_{T\xi}^{(0)} N_{T\xi}^{(1)} N_{T\xi}^{(2)} N_{T\xi}^{(3)}\right]=\sum_{k=1}^{NL}\int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}}\Delta T\left(Q_{11}\alpha_{\xi}+Q_{12}\alpha_{\theta}+Q_{13}\alpha_{z}+Q_{14}\alpha_{\xi\theta}\right)\left(1+\frac{z}{R}\right)\left[1\ z\ z^2\ z^3\right]dz,$$

$$\left[N_{T\theta}^{(0)}\ N_{T\theta}^{(1)} N_{T\theta}^{(2)} N_{T\theta}^{(3)}\right]=\sum_{k=1}^{NL}\int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}}\Delta T\left(Q_{21}\alpha_{\xi}+Q_{22}\alpha_{\theta}+Q_{23}\alpha_{z}+Q_{24}\alpha_{\xi\theta}\right)\left[1\ z\ z^2\ z^3\right]dz,$$

$$\left[N_{Tz}^{(0)} N_{Tz}^{(1)} N_{Tz}^{(2)} N_{Tz}^{(3)}\right]=\sum_{k=1}^{NL}\int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}}\Delta T\left(Q_{31}\alpha_{\xi}+Q_{32}\alpha_{\theta}+Q_{33}\alpha_{z}+Q_{34}\alpha_{\xi\theta}\right)\left(1+\frac{z}{R}\right)\left[1\ z\ z^2\ z^3\right]dz,$$

$$\left[N_{T\xi\theta}^{(0)} N_{T\xi\theta}^{(1)} N_{T\xi\theta}^{(2)} N_{T\xi\theta}^{(3)}\right]=\sum_{k=1}^{NL}\int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}}\Delta T\left(Q_{41}\alpha_{\xi}+Q_{42}\alpha_{\theta}+Q_{43}\alpha_{z}+Q_{44}\alpha_{\xi\theta}\right)\left(1+\frac{z}{R}\right)\left[1\ z\ z^2\ z^3\right]dz,$$

$$\left[N_{T\theta\xi}^{(0)} N_{T\theta\xi}^{(1)} N_{T\theta\xi}^{(2)} N_{T\theta\xi}^{(3)}\right]=\sum_{k=1}^{NL}\int_{h_{(k-1)}}^{h_{(k)}}\Delta T\left(Q_{41}\alpha_{\xi}+Q_{42}\alpha_{\theta}+Q_{43}\alpha_{z}+Q_{44}\alpha_{\xi\theta}\right)\left[1\ z\ z^2\ z^3\right]dz,$$

$$p_i=q^{+}\left(1+\frac{h}{2R}\right)\frac{h^i}{2^i i!}+q^{-}\left(1-\frac{h}{2R}\right)\frac{(-h)^i}{2^i i!},\ i=0,1,2.$$

2.2. Phương pháp giải tích

Điều kiện biên trong các trường hợp:

$$\begin{aligned}
&\text{Ngàm} && u_0=0,\ u_1=0,\ u_2=0,\ u_3=0, v_0=0,\ v_1=0,\\
&&& v_2=0,\ v_3=0, w_0=0,\ w_1=0,\ w_2=0,\\
&\text{Tựa đơn} && N_{\xi}^{(0)}=0,\ N_{\xi}^{(1)}=0,\ N_{\xi}^{(2)}=0,\ N_{\xi}^{(3)}=0\\
&&& v_0=0,\ v_1=0,\ v_2=0,\ v_3=0, w_0=0,\ w_1=0,\ w_2=0,\\
&\text{Tự do} && N_{\xi}^{(0)}=0,\ N_{\xi}^{(1)}=0,\ N_{\xi}^{(2)}=0,\ N_{\xi}^{(3)}=0, N_{\theta}^{(0)}=0,\ N_{\theta}^{(1)}=0,\\
&&& N_{\theta}^{(2)}=0,\ N_{\theta}^{(3)}=0,\ N_{z}^{(0)}=0,\ N_{z}^{(1)}=0,\ N_{z}^{(2)}=0.
\end{aligned} \tag{12}$$

Đặt chuyển vị và tải trọng dưới dạng khai triển chuỗi Fourie theo [12]:

Hệ phương trình cân bằng (10) cho ta hệ 11 phương trình vi phân đạo hàm riêng đối với 11 chuyển vị u_k, v_k, w_k và có bậc bằng 22. Giải hệ phương trình trên, ta nhận được nghiêm tổng quát có chứa các hằng số tích phân, các hằng số này tìm được từ các điều kiện biên (12).

Các ứng suất σ_{ξ}, σ_{θ}, $\tau_{\xi\theta}$, ta sử dụng công thức định luật Hooke, các ứng suất cắt tìm được bằng cách tích phân phương trình cân bằng của lý thuyết đàn hồi 3D theo [12].

3. TÍNH TOÁN SO SÁNH KIỂM CHỨNG

3.1. So sánh kiểm chứng tính toán

Xét vỏ trụ composite lớp với tựa đơn hai đầu chịu tác dụng của tải trọng nhiệt độ phân bố theo quy luật hình sin. Các thông số đầu vào để tính toán lấy theo tài liệu [10] và tài liệu [2], cụ thể:

- Thông số hình học: tỉ số chiều dài và chiều rộng $b/a=1$, với $a=L$; tỉ số bán kính và chiều dày $S=R/h$, tỉ số bán kính và chiều dài nhận các giá trị khác nhau;

- Vật liệu: $E_1/E_2=25,\ \ E_3/E_2=1,\ G_{13}/E_2=G_{12}/E_2=0.5,\ \ G_{23}/E_2=0.2,$
$\nu_{12}=\nu_{23}=\nu_{13}=0.25,\ \ \alpha_2/\alpha_1=\alpha_3/\alpha_1=3.$

Hàm thay đổi nhiệt độ theo chiều dày vỏ ΔT, được xác định theo quy luật sau:

$$\Delta T = \left(T_0 + \frac{z}{h} T_1 \right) \cos \frac{\pi \xi}{\xi_0} \sin \frac{\pi \theta}{\theta_0} \text{ , ở đây: } T_1=1 \text{ và } T_0=0. \quad (13)$$

Kết quả tính toán độ võng không thứ nguyên $\bar{w}$ với các tỉ lệ *R/a* khác nhau nhận được trong công trình này và so sánh với các kết quả của tài liệu [10], và được trình bày trong bảng 1. Trong đó, độ võng không thứ nguyên $\bar{w}$ được xác định thông qua độ võng của vỏ theo công thức:

$$\bar{w} = \frac{w(\xi/2, \theta/2, 0)}{\alpha_1 T_1 L^2}. \quad (14)$$

Bảng 1. *Độ võng $\bar{w}$ không thứ nguyên theo tại vị trí giữa của vỏ composite lớp chịu tải trọng hình sin bên trong (L/R=4; S=R/h; m=1; n=4).*

	R/a		Khdeir [2]		Khare [10] HOST 12	Bài báo
		CST	FSDT	HSDT		
[0/90°]	5	1.1280	1.1248	1.1235	1.1261	1.1263
	10	1.1447	1.1439	1.1421	1.1434	1.1443
	50	1.1501	1.1501	1.1482	1.1493	1.1502
$[0/90°]_5$	5	1.0247	1.0215	1.0216	1.0224	1.0151
	10	1.0310	1.0302	1.0303	1.0299	1.0225
	50	1.0331	1.0330	1.0332	1.0325	1.0250

Nhận xét: Các kết quả tính toán cho kết quả phù hợp với các kết quả tính toán của Khdeir [2] và Khare [10]. Ngoài ra, sai số tính toán nhận được trong công trình này so với các kết quả tính toán theo lý thuyết biến dạng cắt bậc cao như trong [2] và [10] không vượt quá 0,8%. Các phân tích ở trên chứng tỏ mô hình lý thuyết và phương pháp tính toán sử dụng trong nghiên cứu này có độ tin cậy cao.

3.2. Kết quả tính toán khảo sát ảnh hưởng của các điều kiện biên khác nhau

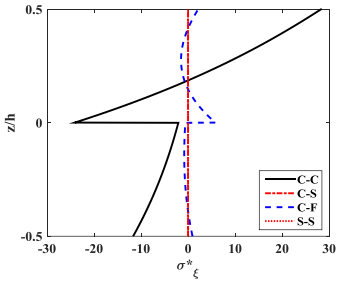
Xét vỏ trụ kín có các tham số như sau: bán kính $R = 1\,m$, chiều dài tương đối $L/R = 0.5 \div 10$, tỉ số bán kính và chiều dày $S = 20$. Vật liệu làm vỏ là vật liệu Gr.Ep với $E_1 = 137.9\,GPa$, $E_2 = E_3 = 9.0\,GPa$, $G_{12} = G_{13} = 7.1\,GPa$, $G_{23} = 6.2\,GPa$, $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.3$, $\nu_{23} = 0.49$, hệ số giãn nở nhiệt $\alpha_1 = 10^{-6}\ K^{-1}$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 30^{-6}\ K^{-1}$. Các điều kiện biên được xét đến ở đây bao gồm: liên kết hai đầu ngàm (C-C), một đầu ngàm và một đầu tự đơn (C-S), hai đầu tựa đơn (S-S), một dầu ngoàm và một đầu tự do (C-F). Nhiệt độ phân bố đều trên bề mặt vỏ và thay đổi theo chiều dày vỏ theo: $\Delta T = \left(T_0 + \frac{z}{h} T_1 \right)$ ở đây, T_1=1 và T_0=0.

Kết quả tính toán độ võng $\bar{w}$ và các ứng suất $\bar{\sigma}_\xi, \bar{\sigma}_\theta, \bar{\tau}_{\xi z}, \bar{\sigma}_z$ không thứ nguyên theo (15), với các điều kiện biên được thể hiện trong bảng 2 và hình 2.

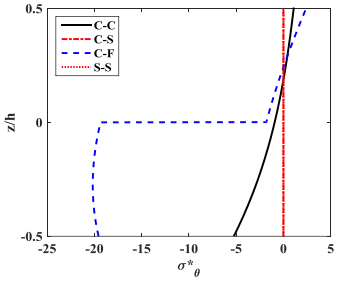
$$\left(\bar{\sigma}_\xi, \bar{\sigma}_\theta, \bar{\tau}_{\xi z}, \bar{\sigma}_z \right) = \frac{1}{\alpha_1 T_1 E_2 L} \left(\sigma_\xi, \sigma_\theta, \tau_{\xi z}, \sigma_z \right). \quad (15)$$

Nhận xét:

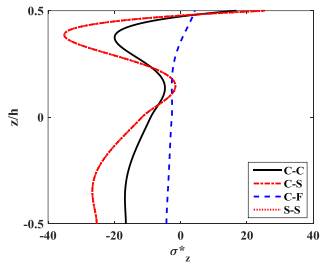
Tại vị trí biên, các thành phần ứng suất của vỏ phụ thuộc lớn vào điều kiện biên cụ thể là: Tại các vị trí biên xuất hiện hiện tượng tập trung ứng suất, trong đó, thành phần ứng suất $\bar{\sigma}_z$, $\bar{\tau}_{\xi z}$ tăng đột biến; Ứng suất tiếp $\bar{\tau}_{\xi z}$ suất hiện đáng kể ở các vỏ có độ dày lớn; Ứng suất pháp $\bar{\sigma}_{zz}$ tại các vùng xa biên là nhỏ nên có thể bỏ qua (phù hợp với các lý thuyết bỏ qua ứng suất pháp).



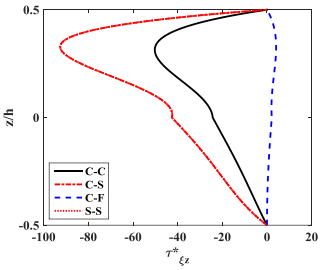
a) Ứng suất $\bar{\sigma}_\xi$ tại vị trí $\xi = \xi_0$



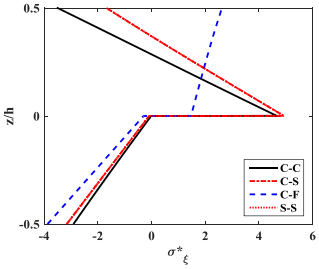
b) Ứng suất $\bar{\sigma}_\theta$ tại vị trí $\xi = \xi_0$



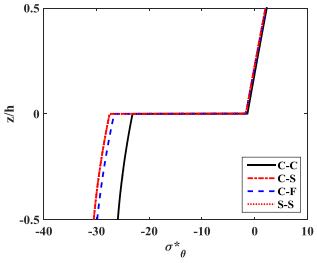
c) Ứng suất $\bar{\sigma}_z$ tại vị trí $\xi = \xi_0$



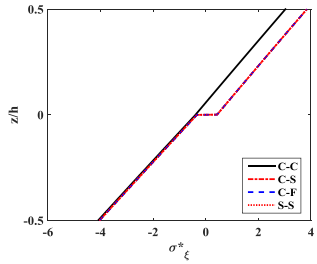
d) Ứng suất $\bar{\tau}_{\xi z}$ tại vị trí $\xi = \xi_0$



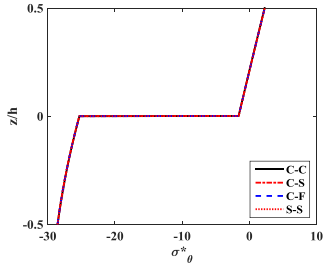
e) Ứng suất $\bar{\sigma}_\xi$ tại vị trí $\xi = \xi_0 - 5h/R$



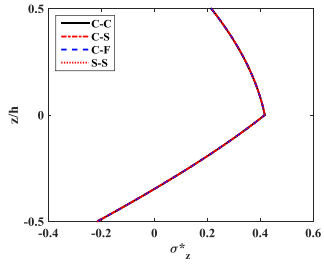
f) Ứng suất $\bar{\sigma}_\theta$ tại vị trí $\xi = \xi_0 - 5h/R$



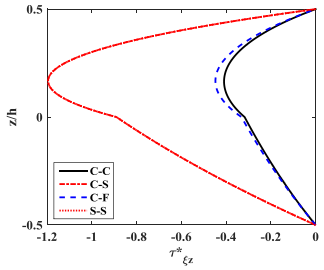
g) Ứng suất $\bar{\sigma}_\xi$ tại vị trí $\xi = \xi_0 / 2$



h) Ứng suất $\bar{\sigma}_\theta$ tại vị trí $\xi = \xi_0 / 2$



i) Ứng suất $\bar{\sigma}_z$ tại vị trí $\xi = \xi_0 / 2$



j) Ứng suất $\bar{\tau}_{\xi z}$ tại vị trí $\xi = \xi_0 / 2$

Hình 2. *Sự biến đổi của ứng suất không thứ nguyên theo chiều dày vỏ.*

Bảng 2. *Ảnh hưởng của điều kiện biên đến ứng suất không thứ nguyên.*

	$\bar{w}$ $\left(\frac{\xi_0}{2},\frac{\theta_0}{2}\right)$ (0)	$\bar{\sigma}_\xi$ $\left(\frac{\xi_0}{2},\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/2)$	$\bar{\sigma}_\theta$ $\left(\frac{\xi_0}{2},\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/2)$	$\bar{\sigma}_z$ $\left(\frac{\xi_0}{2},\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/4)$	$\bar{\sigma}_\xi$ $\left(\xi_0,\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/2)$	$\bar{\sigma}_\theta$ $\left(\xi_0,\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/2)$	$\bar{\tau}_{\xi z}$ $\left(\xi_0,\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/3)$	$\bar{\sigma}_z$ $\left(\xi_0,\frac{\theta_0}{2}\right)$ $(\pm h/4)$
C-C	-0.4117	3.028	2.276	0.308	28.250	1.085	-49.874	-10.237
		-4.095	-28.533	0.020	-11.684	-5.254	-7.707	-15.755
C-S	-0.4122	3.845	2.290	0.309	0	0	-92.537	-11.649
		-4.043	-28.542	0.020	0	0	-15.869	-25.205
C-F	-0.4122	3.845	2.290	0.309	2.148	2.401	4.086	-2.105
		-4.043	-28.542	0.020	0.943	-19.559	0.247	-3.522
S-S	-0.4122	3.845	2.290	0.309	0	0	-92.537	-11.649
		-4.043	-28.542	0.020	0	0	-15.869	-25.205

4. KẾT LUẬN

Trên cơ sở tính toán lý thuyết và phân tích số trình bày trong công trình này, có thể rút ra những kết luận chủ yếu sau:

1. Thiết lập được các phương trình tính toán vỏ trụ composite lớp dưới tác dụng của tải nhiệt theo lý thuyết biến dạng trượt bậc cao kiểu quasi-3D; trong đó, trường chuyển vị được phân tích thành các đa thức theo chiều dày vỏ. Mô hình và chương trình tính toán được so sánh với kết quả tính toán theo các lý thuyết khác nhau, từ đó khẳng định độ tin cậy của các kết quả nhận được trong bài báo. Các mô hình được trình bày trong công trình có tính tới ảnh hưởng của ứng suất, biến dạng pháp ngang (bị bỏ qua trong hầu kết các lý thuyết bậc nhất và lý thuyết biến dạng trượt bậc cao), do đó mở rộng phạm vi ứng dụng của mô hình tính toán đang nghiên cứu.

2. Có hiện tượng tập trung ứng suất tại khu vực biên. Điều này có ý nghĩa quan trọng trong việc thiết kế tối ưu các kết cấu chịu tải trọng trong thực tiễn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. J.N. Reddy (2004), *"Mechanics of laminated composite plate and shell theory and analysis"*, second edition, CRC Press.

[2]. Khdeir AA, Reddy JN (1991). *"Thermal stresses and deflections of cross-ply laminated plates using refined plate theories"*, J Therm Stresses,14:419–38.

[3]. Zenkour AM, Fares ME. *"Thermal bending analysis of composite laminated cylindrical shells using a refined first-order theory"*. J Therm Stresses 2000;23:505–26.

[4]. Tornabene, F., Liverani, A., & Caligiana, G. (2012). *"Laminated composite rectangular and annular plates: A GDQ solution for static analysis with a posteriori shear and normal stress recovery"*. Composites Part B: Engineering, 43(4), 1847–1872.

[5]. Zenkour AM, Fares ME. *"Thermal bending analysis of composite laminated cylindrical shells using a refined first-order theory"*. J Therm Stresses 2000;23:505–26.

[6]. Ootao Y, Tanigawa Y, Miyatake K (2009). *"Transient Thermal Stresses of a Cross-Ply Laminated Cylindrical Shell Using a Higher-Order Shear Deformation Theory"*, Journal of Thermal Stresses.

[7]. Bhaskar, Varadan TK and Ali JSM, (1996), *"Thermoelastic Solutions for Orthotropic and Anisotropic Composite Laminates"*, Composite Part B, vol 27, pp 415–420.

[8]. V.B.Tungikar, and K.M.Rao, *"Three Dimensional Exact Solution of Thermal Stresses in Rectangular Composite Laminate"*, Compos. Struct.

[9]. Liu B, Ferreira, Xing Y, *"Three-dimensional thermo-mechanical solutions of cross-ply laminated plates and shells by a differential quadrature hierarchical finite element method"*, Composite Structures.

[10]. Khare, T.Kant, and A.K.Garg, (2003), *"Closed-Form Thermo-Mechanical Solutions of Higher-Order Theories of CrossPly Laminated Shallow Shells"*, Compos Struct, vol 59, pp 313–340.
[11]. Firsanov VV, Doan TN. *"Investigation of the statics and free vibrations of cylindrical shells on the basis of a nonclassical theory"*. Composites Mechanics Computations Applications: An International Journal.
[12]. Doan TN, et al. *"Analysis of stress concentration phenomenon of cylinder laminated shells using higher-order shear deformation Quasi-3D theory"*. Composite Structures 2020; 232:111526.
[13]. K.Bhaskar, T.K.Varadan, and M.Ali, (1996), *"Thermoelastic Solutions for Orthotropic and Anisotropic Composite Laminates"*, Compos. Part B Eng., vol. 27, pp. 415–420.

ABSTRACT

RESEARCHING THE THERMAL STRESS STATE OF LAYERED COMPOSITE CYLINDER SHELLS BASED ON A HIGH-ORDER SHEAR STRAIN THEORY BY ANALYTICAL METHOD

This paper presents the problem of calculating the stress state of the composite cylinder shell under the effect of temperature on the basis of the theory of high-order shear strain according to the analytical approach. In this paper, the three-dimensional equations in the theory of nonlinear elasticity of the shell under the effect of heat load are established into two-dimensional nonlinear equations for the cylindrical shell by using the method of transformation and decomposition. product of the displacement field into a series of polynomial functions according to the shell thickness. On the basis of the obtained equations, a system of balanced equations according to the displacement field and the corresponding boundary conditions for the case of analysis of displacement into a cubic polynomial is given. The calculation program is set up and the verification is compared with the published results. The survey on the stress state of the composite cylinder shell under the effect of heat is presented.

Keywords: Composite layer cylinder shell; Strain stress state; Variational method; High-order shear deformation theory; Displacement; Equilibrium equation system.

Nhận bài ngày 20 tháng 9 năm 2021
Hoàn thiện ngày 20 tháng 10 năm 2021
Chấp nhận đăng ngày 28 tháng 10 năm 2021

Địa chỉ: Viện Tên lửa, Viện Khoa học và Công nghệ quân sự.
*Email: thanhvtv2010@gmail.com.