

**Điều kiện dừng sớm cho thuật toán giải mã phân cực BP cải tiến**Nguyễn Anh Hào<sup>1\*</sup>, Nguyễn Văn Phê<sup>1</sup>, Phạm Xuân Nghĩa<sup>2</sup><sup>1</sup>Trung tâm Kỹ thuật Thông tin Công nghệ cao;<sup>2</sup>Học viện Kỹ thuật quân sự.

\*Email: hao6379@gmail.com

Nhận bài: 15/6/2022; Hoàn thiện: 25/7/2022; Chấp nhận đăng: 15/8/2022; Xuất bản: 26/8/2022.

DOI: <https://doi.org/10.54939/1859-1043.j.mst.81.2022.60-68>**TÓM TẮT**

Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất việc cải tiến thuật toán lan truyền niềm tin BP – Belief Propagation – bằng cách kết hợp đồ hình thừa số hoán vị tối ưu với kỹ thuật chèn thêm bộ kiểm tra cho các nút đồng bằng, nhằm tăng hiệu năng giải mã phân cực. Để giảm độ trễ giải mã, giảm tiêu thụ năng lượng, chúng tôi phân tích hiệu quả một số điều kiện dừng sớm cho thuật toán giải mã BP. Kết quả mô phỏng cho thấy, với thuật toán giải mã đề xuất mang lại tăng ích mã hóa khoảng 0,6 dB ở giá trị BER là  $10^{-4}$  với mã (1024, 512) và 0,5 dB với mã (2048, 1024), tuy nhiên, thuật toán mới được đề xuất không làm tăng độ phức tạp giải mã so với các thuật toán mới đã được công bố. Mặt khác, với việc sử dụng điều kiện dừng sớm, tiêu tốn năng lượng và độ trễ giải mã giảm đáng kể trong khi hiệu năng sửa sai không đổi.

**Từ khoá:** Phân cực; Giải mã lan truyền niềm tin BP; Đồ hình thừa số; Điều kiện dừng sớm.

**1. MỞ ĐẦU**

Từ khi được Arıkan đề xuất năm 2009 [1], mã phân cực đã dành được sự quan tâm rất lớn do có cấu trúc mã đơn giản nhưng khả năng sửa sai có thể đạt tới giới hạn kênh truyền. Trong công bố của mình, tác giả đã đề xuất thuật toán giải mã tuần tự SC – Successive Cancellation Algorithm – để giải mã. Thuật toán này thực hiện giải mã từng bit, tuần tự từ bit đầu tiên tới bit cuối cùng của khối mã. Thuật toán này có nhược điểm là hiệu năng sửa sai không cao do dựa trên quyết định cứng.

Để nâng cao hiệu năng sửa sai của mã phân cực, trong [2] đã đề xuất thuật toán giải mã tuần tự ngăn xếp SCS – Stack Successive Cancellation. Thuật toán SCS lưu  $L$  đường có khả năng nhất trong ngăn xếp. Tại mỗi vòng lặp, thuật toán tìm và tiếp tục giải mã với một đường có xác suất lớn nhất. Phương án này cho phép tăng hiệu năng sửa sai của thuật toán. Nhược điểm của thuật toán SCS là độ trễ lớn liên quan tới vấn đề tìm xác suất đường lớn nhất. Tiếp đó, trong [3] đề xuất thuật toán giải mã tuần tự theo danh sách SCL – Successive Cancellation List. Thuật toán này lưu  $L$  đường có khả năng nhất, mỗi đường có thể nối dài tiếp. Hiệu năng sửa sai của thuật toán tăng nếu  $L$  tăng. Tuy nhiên thuật toán này có nhược điểm là khối lượng tính toán lớn nếu  $L$  tăng.

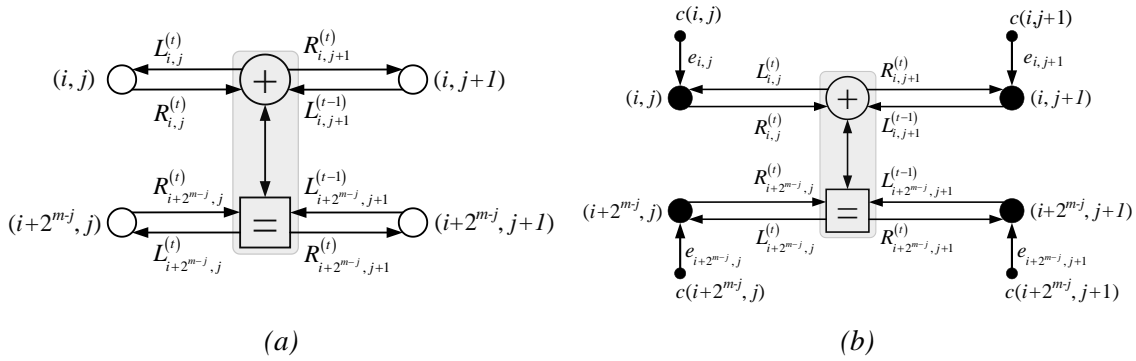
Nhận thấy rằng, thuật toán SC, SCS, SCL và một số thuật toán cải tiến khác đều dựa trên việc giải mã tuần tự từng bit. Điều này dẫn đến độ trễ của thuật toán tăng lên nếu độ dài mã tăng. Trong [4], tác giả đề xuất hướng tiếp cận sử dụng thuật toán lan truyền niềm tin BP dựa trên đồ hình thừa số. Với cấu trúc song song [5], thuật toán BP cho phép tăng tốc giải mã với mã có độ dài lớn. Trong [6] chỉ ra rằng với mã phân cực có độ dài  $n$ , tồn tại  $\log_2(n)$  đồ hình mã hóa khác nhau mà không làm thay đổi cấu trúc mã. Tương ứng với mỗi đồ hình mã hóa, thuật toán BP có hiệu năng sửa sai khác nhau. Tuy nhiên, cho tới nay chưa có công bố nào chỉ ra thuật toán tìm đồ hình mã hóa có hiệu năng sửa sai cao nhất. Các kết quả nghiên cứu công bố mới chỉ dừng trên kết quả mô phỏng với các đồ hình mã hóa khác nhau. Mặt khác, trong [7] đề xuất sử dụng bộ kiểm tra cho mỗi nút đồng bằng trên đồ hình thừa số nhằm tăng hiệu năng giải mã. Dựa trên ý tưởng trong [6, 7], chúng tôi đề xuất thuật toán tìm đồ hình mã hóa tối ưu nhằm kết hợp với sử dụng các bộ kiểm tra cho các nút đồng bằng [7] để tăng hiệu năng giải mã.

Các điều kiện dừng sớm từ lâu đã được sử dụng trong việc giải mã lặp cho các loại mã như

LDPC, Turbo [8, 9]. Khi điều kiện dừng sớm thỏa mãn, bộ giải mã sẽ quyết định dừng quá trình lặp và đưa ra quyết định về kết quả giải mã. Việc sử dụng điều kiện dừng sớm là rất hữu ích với tỉ lệ tín hiệu/nhiều, khi đó, kết quả giải mã thu được sau chỉ một vài vòng lặp. Tương tự như vậy đối với việc giải mã phân cực sử dụng thuật toán BP, dựa trên đồ hình thừa số tối ưu, chúng tôi nghiên cứu một số điều kiện dừng sớm cho thuật toán BP để giảm mức tiêu thụ năng lượng cũng như giảm độ trễ giải mã.

## 2. MÃ PHÂN CỰC VÀ THUẬT TOÁN GIẢI MÃ BP

### 2.1. Tổng quan về mã phân cực



Hình 1. Phần tử xử lý cơ bản PE.

(a) Nguyên bản. (b) Thêm bộ kiểm tra.

Mã phân cực  $(n = 2^m, k)$  là mã khối tuyến tính sinh bởi ma trận sinh  $A_m = B_m F^{\otimes m}$ , với  $B_m$  là ma trận hoán vị đảo ngược bit, ma trận  $F$  là nhân biến đổi phân cực, ký hiệu  $\otimes m$  có nghĩa là  $m$  lần phép nhân ma trận Kronecker với chính nó. Nhân biến đổi phân cực là nhân Arıkan  $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Như vậy, véc tơ mã phân cực  $x_0^{n-1}$  thu được là kết quả của phép phân ma trận  $x_0^{n-1} = u_0^{n-1} A_m$ , với  $u_0^{n-1} = \{u_0, u_1, \dots, u_{n-1}\}$ ,  $u_i = 0$ ,  $i \in \mathcal{F}$ , với  $\mathcal{F} \subset \{0, 1, \dots, n-1\}$  là bộ  $n-k$  chỉ số của bit đóng băng. Các bit còn lại của véc tơ bit thông tin  $u_0^{n-1}$  được dùng để truyền dữ liệu.

### 2.2. Thuật toán giải mã BP

Để giải mã phân cực, Arıkan đề xuất sử dụng thuật toán lan truyền niềm tin Gallager [4]. Với mọi mã phân cực  $(n = 2^m, k)$ , có thể giải mã lặp dựa trên đồ hình thừa số  $m$  tầng với  $(m+1)n$  nút. Mỗi nút của đồ hình được ký hiệu bởi  $(i, j)$  với  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq m+1$ . Quá trình tính toán giá trị thông tin lan truyền tại mỗi vòng lặp được thực hiện nhờ các phần tử xử lý cơ bản (Processing Element – PE) như mô tả trên hình 1.a.

Mỗi đồ hình thừa số có  $n/2$  PE tại mỗi tầng, mỗi PE bao gồm 4 nút như mô tả trên hình 2, trong đó nút thông tin (hình tròn trắng) tương ứng với bit thông tin; nút đóng băng (hình tròn đen) tương ứng với bit đóng băng. Phụ thuộc vào số nút thông tin và đóng băng, có bốn loại PE được phân biệt như sau:

$$\begin{aligned} (i, j+1) &= (i, j) \oplus (i+2^{m-j}, j) \\ (i+2^{m-j}, j+1) &= (i+2^{m-j}, j) \end{aligned} \quad (1)$$

Mỗi nút  $(i, j)$  được đặc trưng bởi 2 loại thông tin: Thông tin lan truyền phải  $R_{i,j}^{(t)}$  và thông tin lan truyền trái  $L_{i,j}^{(t)}$ , với  $t$  là chỉ số vòng lặp như biểu diễn trên hình 2. Nút ngoài cùng bên trái



Thông tin lan truyền phải và thông tin lan truyền trái trong mỗi nút được cập nhật tại mỗi vòng lặp như sau [5]:

$$\begin{aligned} L_{i,j}^{(t)} &= f\left(L_{i,j+1}^{(t-1)}, L_{i+2^{m-j},j}^{(t-1)} + R_{i+2^{m-j},j}^{(t)}\right) \\ L_{i+2^{m-j},j}^{(t)} &= f\left(L_{i,j+1}^{(t-1)}, R_{i,j}^{(t)}\right) + L_{i+2^{m-j},j+1}^{(t-1)} \\ R_{i,j+1}^{(t)} &= f\left(R_{i,j}^{(t)}, L_{i+2^{m-j},j+1}^{(t-1)} + R_{i+2^{m-j},j}^{(t)}\right), \\ R_{i+2^{m-j},j+1}^{(t)} &= f\left(L_{i,j+1}^{(t-1)}, R_{i,j}^{(t)}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

trong đó:  $f(x, y) = \log \frac{1 + e^{x+y}}{e^x + e^y} \approx 0,9375 \text{sign}(x) \text{sign}(y) \min(|x|, |y|)$ . (5)

Sau khi đạt số vòng lặp tối đa  $T$ , bộ giải mã BP sẽ đưa ra quyết định về kết quả giải mã là  $\hat{u}_0^{n-1} = \{\hat{u}_0, \hat{u}_1, \dots, \hat{u}_{n-1}\}$  với:

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 0, & L_{i,1}^{(T)}(0) > L_{i,1}^{(T)}(1) \\ 1, & \text{khác.} \end{cases} \quad (6)$$

**2.3. Thuật toán giải mã BP cải tiến**

Xuất phát từ thực tế là giá trị của nút đóng băng trong đồ hình thừa số được biết trước và độ lặp so với thuật toán giải mã, trong quá trình giải mã, nếu thuật toán BP giải mã đúng, thông tin lan truyền tại nút đóng băng  $(i, j)$  sẽ thỏa mãn điều kiện sau [7]:

$$\begin{cases} L_{i,j}^{(t)}(0) > L_{i,j}^{(t)}(1) \\ R_{i,j}^{(t)}(0) > R_{i,j}^{(t)}(1) \end{cases} \quad (7)$$

Như vậy, bằng cách kiểm tra điều kiện (7) có thể khẳng định được thông tin lan truyền qua nút  $(i, j)$  là đúng hay sai. Trong thuật toán BP, thông tin lan truyền được tính toán bởi (4). Mặc dù giá trị của nút đóng băng đã biết trước, nhưng qua mỗi vòng lặp, thông tin lan truyền sẽ thay đổi phụ thuộc vào giá trị thu được từ kênh truyền. Do ảnh hưởng của nhiễu, điều kiện (7) có thể không thỏa mãn. Để đảm bảo rằng thông tin lan truyền tại nút đóng băng luôn thỏa mãn điều kiện (7), trong [7] đề xuất sử dụng bộ kiểm tra cho mỗi nút đóng băng trên đồ hình thừa số. Khối xử lý PE khi đó được miêu tả trên hình 1.b, còn thông tin lan truyền tại mỗi nút được tính toán như sau [7]:

$$\begin{aligned} L_{i,j}^{(t)} &= f\left(\hat{L}_{i,j+1}^{(t-1)}, \hat{L}_{i+2^{m-j},j}^{(t-1)} + \hat{R}_{i+2^{m-j},j}^{(t)}\right) \\ L_{i+2^{m-j},j}^{(t)} &= f\left(\hat{L}_{i,j+1}^{(t-1)}, \hat{R}_{i,j}^{(t)}\right) + \hat{L}_{i+2^{m-j},j+1}^{(t-1)} \\ R_{i,j+1}^{(t)} &= f\left(\hat{R}_{i,j}^{(t)}, \hat{L}_{i+2^{m-j},j+1}^{(t-1)} + \hat{R}_{i+2^{m-j},j}^{(t)}\right) \\ R_{i+2^{m-j},j+1}^{(t)} &= f\left(\hat{L}_{i,j+1}^{(t-1)}, \hat{R}_{i,j}^{(t)}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

với  $\hat{L}_{i,j} = L_{i,j} \cdot e_{i,j}$ ,  $\hat{R}_{i,j} = R_{i,j} \cdot e_{i,j}$ . Thông tin bổ sung  $e_{i,j}$  từ bộ kiểm tra  $c_{i,j}$  để hiệu chỉnh thông tin đi qua nút đóng băng,  $e_{i,j} \in [0,1]$ .

Mặt khác, mỗi mã phân cực có độ dài  $n = 2^m$  tồn tại tập hợp gồm  $m!$  hoán vị các tầng với nhau, mỗi hoán vị đặc trưng bởi véc tơ  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m) = \text{randperm}(m)$ . Việc hoán vị các tầng của đồ hình thừa số với nhau xuất phát từ tính chất của ma trận sinh  $A_m$ , có thể hoán vị các cột bất kỳ của

ma trận với nhau thì kết quả mã hóa cũng không thay đổi. Hình 2 mô tả đồ hình thừa số với  $\pi = (1, 2, 3)$  và  $\pi = (3, 1, 2)$ . Như vậy, các hoán vị khác nhau sẽ có số nút đóng băng khác nhau.

Như đã đề cập ở trên, do thông tin bổ sung từ bộ kiểm tra sẽ cải thiện thông tin qua mỗi nút đóng băng của thuật toán BP nên nếu số lượng nút đóng băng càng lớn thì hiệu năng sửa sai của thuật toán giải mã càng được cải thiện. Do đó, việc tìm đồ hình thừa số tối ưu có thể dựa trên ý tưởng tìm hoán vị đảm bảo số nút đóng băng là lớn nhất đối với mỗi mã cố định. Xuất phát từ ý tưởng trên, chúng tôi đề xuất thuật toán tìm hoán vị tối ưu như sau:

---

**Algorithm:** Tìm hoán vị tối ưu

---

Input:

$(n = 2^m, k)$ : kích thước mã phân cực

Vị trí bit đóng băng

Output: thứ tự tầng của hoán vị tối ưu

Gán số nút đóng băng lớn nhất MaxNumFNodes = 0

$\pi_{opt} = (1, 2, \dots, m)$ .

Tạo tập hợp  $\Pi$  bao gồm  $m!$  véc tơ hoán vị

**for**  $(i = 0; i < m!; i = i + 1)$  **begin**

Tạo đồ hình thừa số tương ứng với hoán vị  $\pi_i$

Tính toán số nút đóng băng NumFNodes

**if** NumFNodes > MaxNumFNodes **then**

MaxNumFNodes = NumFNodes

$\pi_{opt} = \pi_i$

**end if**

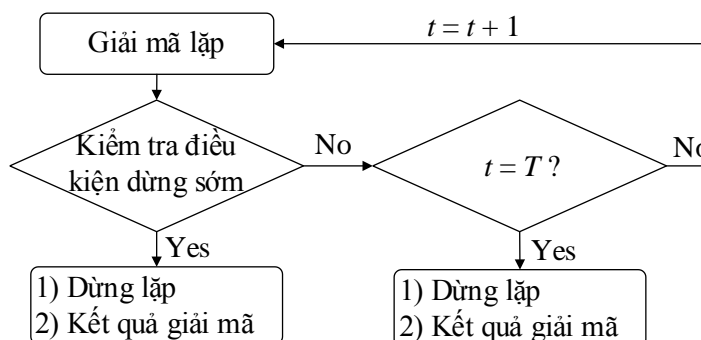
**end for**

---

Độ phức tạp thuật toán đề xuất là  $O(Tn \log n)$  tương tự như trong [7]. Tuy nhiên, số lượng phép nhân trong thuật toán đề xuất tăng lên so với [7] do số nút đóng băng trong đồ hình thừa số là lớn nhất có thể. Ngoài ra, việc tìm hoán vị tối ưu không ảnh hưởng tới độ phức tạp tính toán của thuật toán do được thực thi trước khi giải mã đối với mỗi mã cố định.

### 3. ĐIỀU KIỆN DỪNG SỚM CỦA THUẬT TOÁN BP CẢI TIẾN

#### 3.1. Độ trễ giải mã và điều kiện dừng sớm của thuật toán giải mã BP



**Hình 3.** Giải mã lặp với sử dụng điều kiện dừng sớm.

Độ trễ giải mã sử dụng thuật toán BP phụ thuộc vào số vòng lặp  $T$ . Tuy nhiên, nếu tỉ lệ tín/tạp đủ lớn thì bộ giải mã có thể đạt tới hiệu năng sửa sai tốt nhất với số vòng lặp nhỏ. Khi đó việc đưa điều kiện dừng sớm sẽ làm giảm đáng kể thời gian giải mã. Quá trình giải mã lặp kết hợp sử dụng điều kiện dừng sớm được miêu tả trên hình 3. Trong quá trình giải mã, tại vòng lặp  $t < T$ ,

nếu điều kiện dừng sớm thỏa mãn thì quá trình giải mã ngay lập tức dừng lại, kết quả giải mã khi đó sẽ là  $\hat{u}_0^{n-1}(t)$ . Trường hợp điều kiện dừng sớm không thỏa mãn, chỉ số vòng lặp sẽ tăng lên một đơn vị, quá trình giải mã và kiểm tra điều kiện dừng sớm lại tiếp tục. Cho đến khi chỉ số vòng lặp  $t = T$ , thì quá trình giải mã sẽ kết thúc và kết quả giải mã khi đó sẽ là  $\hat{u}_0^{n-1}(T)$ .

**3.1.1 Điều kiện 1: điều kiện dừng sớm dựa trên ma trận sinh  $A_m$**

Giả sử rằng, tại  $\hat{x}_0^{n-1}(t)$  là đánh giá của từ mã  $x_0^{n-1}$ ,  $\hat{u}_0^{n-1}(t)$  là đánh giá của  $u_0^{n-1}$  tại mỗi vòng lặp  $t$ . Xuất phát từ quá trình mã hóa là phép nhân với ma trận sinh  $x_0^{n-1} = u_0^{n-1} A_m$ , nếu  $\hat{x}_0^{n-1}(t)$  và  $\hat{u}_0^{n-1}(t)$  là đánh giá đúng thì điều kiện sau sẽ được thỏa mãn:

$$\hat{x}_0^{n-1} = \hat{u}_0^{n-1} A_m. \tag{9}$$

Khi đó, bộ giải mã sẽ đưa ra kết quả giải mã là  $\hat{u}_0^{n-1}(t)$ , quá trình giải mã kết thúc.

**3.1.2. Điều kiện 2: điều kiện dừng sớm dựa trên bit đóng băng**

Dựa trên ý tưởng về mã phân cực thực hiện các phép biến đổi nhị phân, qua đó, một số kênh truyền có chất lượng thấp sẽ dùng để truyền các bit đóng băng biết trước, các kênh truyền còn lại có chất lượng cao sẽ dùng để truyền các bit thông tin. Sau mỗi vòng lặp trong quá trình giải mã, nếu kiểm tra thấy rằng các đánh giá tại các kênh truyền có chất lượng thấp mà đúng thì xác suất đánh giá tại các kênh truyền có chất lượng cao là đáng tin cậy. Khi đó, điều kiện dừng sớm có thể biểu diễn dưới dạng như sau:

$$\hat{u}_i(t) = 0, \text{ với } \forall i \in \mathcal{F}, \tag{10}$$

**3.1.3. Điều kiện 3: điều kiện dừng sớm dựa trên nút đóng băng**

Dựa trên cơ sở của điều kiện 2, nhưng sẽ chặt chẽ hơn nếu như trong quá trình giải mã chúng ta kiểm tra điều kiện cho tất cả các nút đóng băng trong đồ hình thừa số. Khi đó, điều kiện dừng sớm là:

$$\hat{u}_{i,j}(t) = 0, \text{ nếu } (i, j) \text{ là nút đóng băng} \tag{11}$$

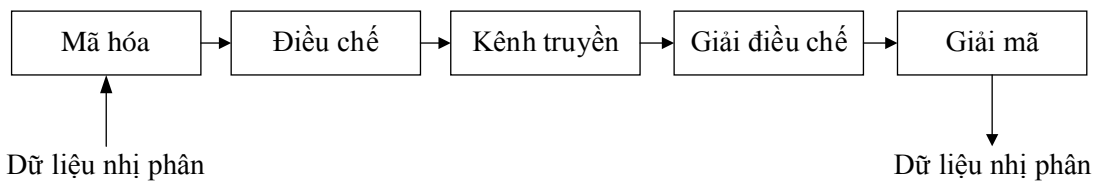
**3.1.4. Điều kiện 4: điều kiện dừng sớm dựa trên sự thay đổi thông tin lan truyền**

Như đã đề cập ở trên, thông tin lan truyền phải và thông tin lan truyền trái trong mỗi nút được cập nhật tại mỗi vòng lặp theo công thức (4) và (5), trong đó,  $f(x, y)$  là hàm xấp xỉ. Sau một cơ số vòng lặp, thông tin lan truyền trái và phải gần như không thay đổi. Khi đó, bộ giải mã có thể đưa ra kết quả giải mã theo công thức (6). Nếu  $dL$  là giới hạn sự thay đổi thông tin lan truyền trái tại tầng số "1" giữa hai vòng lặp liên tiếp, khi đó, bộ giải mã sẽ dừng lặp nếu như điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\left| L_{(i,1)}^{(t)} - L_{(i,1)}^{(t-1)} \right| \leq dL, \forall i \in (1, \dots, N) \tag{12}$$

**3. 2. Mô phỏng đánh giá chất lượng thuật toán BP cải tiến sử dụng các điều kiện dừng sớm**

**3.2.1. Phương pháp mô phỏng**

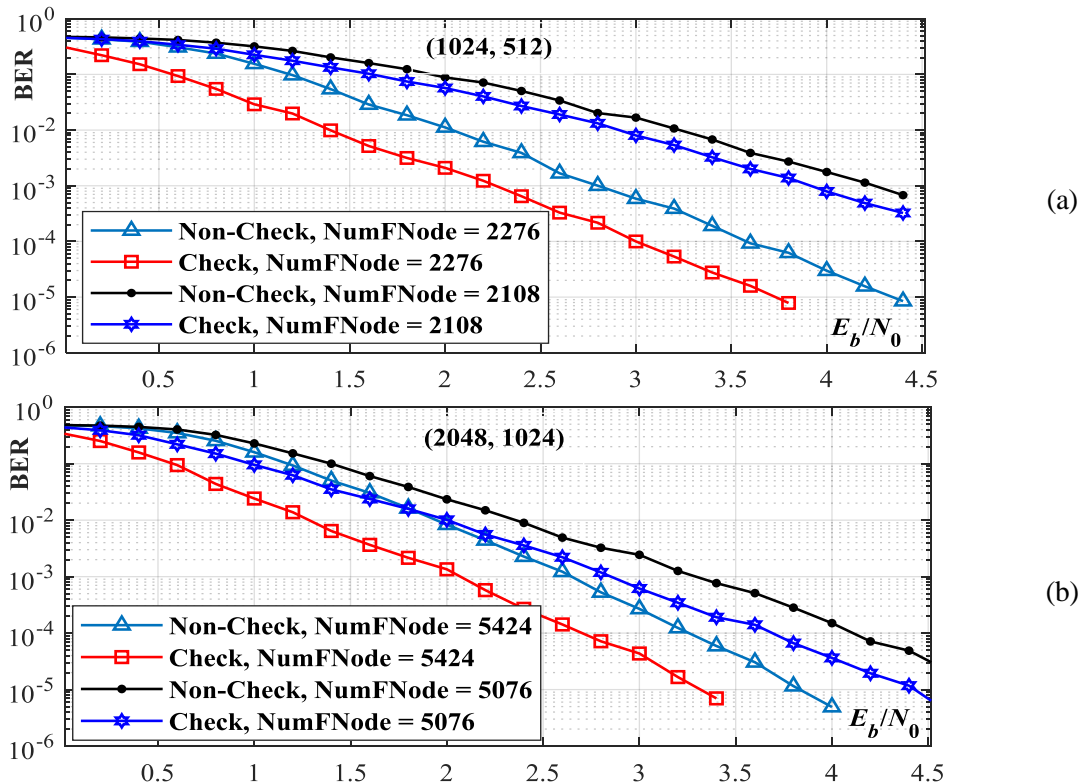


**Hình 4.** Sơ đồ hệ thống đánh giá chất lượng giải mã phân cực.

Để đánh giá khả năng sửa lỗi của mã phân cực khi áp dụng thuật toán đề xuất, nội dung tiếp

theo của bài báo thực hiện mô phỏng bằng MATLAB nhằm đánh giá chất lượng giải mã. Trong quá trình mô phỏng, các dữ liệu nhị phân được chia thành khối  $k$  bit, mã hóa thành  $n$  bit, qua khối điều chế 4-QAM rồi truyền trên kênh truyền AWGN. Quá trình thu được thực hiện tuần tự ngược lại. Sơ đồ khối hệ thống mô phỏng được biểu diễn trên hình 4. Nhằm đảm bảo giá trị BER thu được là đáng tin cậy, tại mỗi giá trị của tỉ lệ  $E_b/N_0$ , số lượng bit truyền đi không ít hơn 107, số lượng bit lỗi tích lũy không ít hơn 300, số lượng khối tin truyền đi có bit lỗi không ít hơn 100.

3.2.2. Kết quả mô phỏng và bình luận



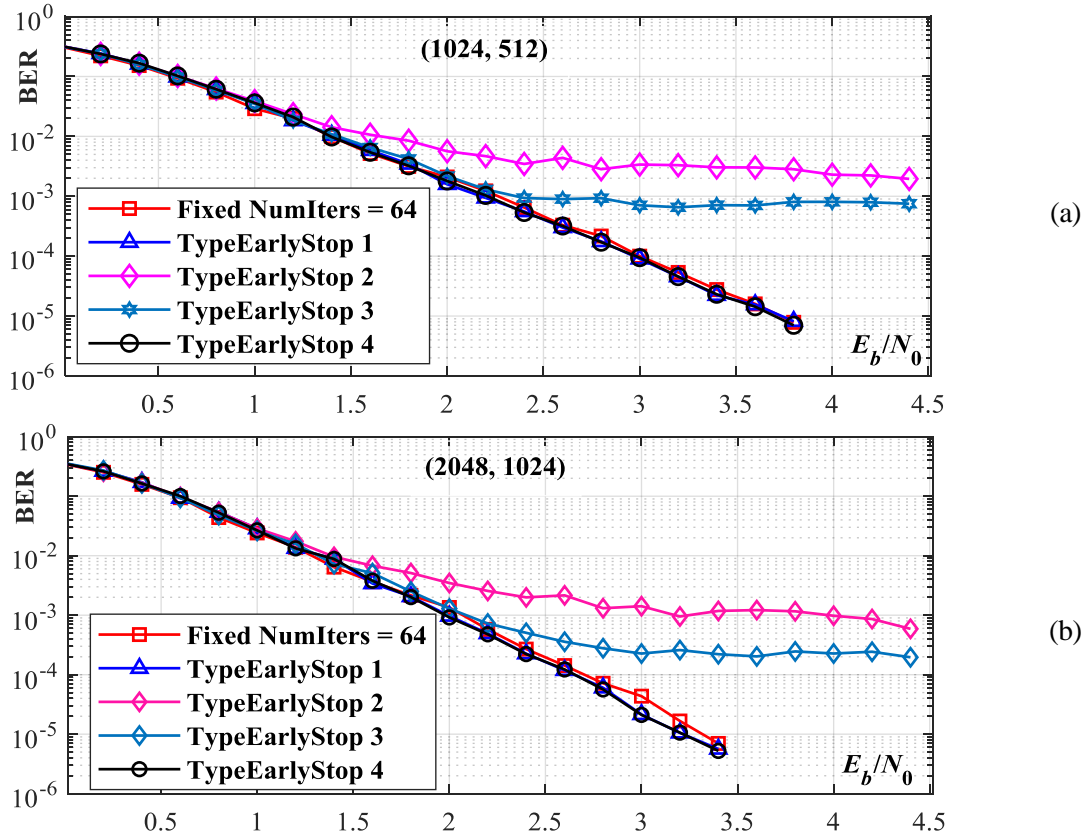
Hình 5. Chất lượng giải mã khi sử dụng thuật toán BP cải tiến.  
a) Mã (1024, 512); b) Mã (2048, 1024).

Trên hình 5.a thể hiện chất lượng mã (1024, 512) sử dụng thuật toán giải mã mới đề xuất với số vòng lặp cố định là  $T = 64$ . Hai hoán vị được xem xét là hoán vị với cấu trúc mã nguyên bản chứa 2108 nút đóng băng trong đồ hình thừa số và hoán vị tối ưu tìm được chứa 2276 nút đóng băng. Với các hoán vị có xem xét trường hợp sử dụng bộ kiểm tra cho nút đóng băng và không sử dụng. Kết quả mô phỏng nhận thấy rằng, hoán vị tối ưu đảm bảo độ lợi rất lớn về tỉ lệ  $E_b/N_0$  so với hoán vị nguyên bản. Mặt khác, khi sử dụng bộ kiểm tra đảm bảo độ lợi khoảng 0,6 dB so với khi không sử dụng đối với hoán vị tối ưu ở giá trị BER là  $10^{-4}$ ; còn với hoán vị nguyên bản thì độ lợi khoảng 0,3 dB. Như vậy, nếu số lượng nút đóng băng tăng thì độ lợi về tỉ lệ tín/ tạp cũng tăng lên khi sử dụng bộ kiểm tra.

Từ các kết quả mô phỏng trên các hình 5 cũng cho thấy, đối với mỗi mã Polar ở các hoán vị khác nhau với số lượng nút đóng băng khác nhau, với hoán vị cho số nút đóng băng lớn thì mang lại chất lượng giải mã được cải thiện hơn đáng kể so với các hoán vị khác.

Trên hình 6 biểu diễn chất lượng giải mã (1024, 512) và (2048, 1024) với việc sử dụng các điều kiện dừng sớm và với số vòng lặp cố định  $T = 64$ . Nhận thấy rằng, điều kiện dừng sớm dựa trên ma trận sinh  $A_m$  (điều kiện 1) và điều kiện sớm dựa trên sự thay đổi thông tin lan truyền với

$dL = 0$  (điều kiện 4) đảm bảo chất lượng giải mã tương đương với khi cố định số vòng lặp  $T = 64$ . Trong khi đó, sử dụng điều kiện dừng sớm dựa trên bit đóng băng (điều kiện 2) và điều kiện dừng sớm dựa trên nút đóng băng (điều kiện 3) làm giảm chất lượng giải mã, hiệu năng sửa sai không vượt qua được  $10^{-3}$ .



Hình 6. So sánh hiệu năng sửa sai các điều kiện dừng sớm.

a) Mã (1024, 512). b) Mã (2048, 1024).

Bảng 1. Số vòng lặp trung bình cho mã (1024, 512).

Điều kiện $E_b/N_0$	Điều kiện 1	Điều kiện 2	Điều kiện 3	Điều kiện 4
2.6 dB	8	13	44	10
3.0 dB	6	12	40	9
3.6 dB	4	9	33	8

Bảng 2. Số vòng lặp trung bình cho mã (2048, 1024).

Điều kiện $E_b/N_0$	Điều kiện 1	Điều kiện 2	Điều kiện 3	Điều kiện 4
2.6 dB	6	15	46	12
3.0 dB	5	12	41	11
3.4 dB	4	11	37	10

Trên bảng 1 và bảng 2 thống kê số vòng lặp trung bình cho các điều kiện dừng sớm tại các tỉ lệ tín/tạp khác nhau. Phân tích số liệu cho thấy rằng, điều kiện 1 hội tụ sớm hơn điều kiện 4 tại

tất cả các tỉ lệ tín/ tạp. Tuy nhiên, việc thực thi điều kiện dừng sớm 1 tốn nhiều tài nguyên hơn do phải thực thi quá trình mã hóa đánh giá  $\hat{u}_0^{n-1}(t)$  tại mỗi vòng lặp. Điều kiện 3 cần số vòng lặp trung bình lớn nhất do phải kiểm tra tính đúng cho tất cả các nút đóng băng trong đồ hình thừa số tối ưu. Hai điều kiện 2 và 3 không có tính ứng dụng trong thực tiễn do làm giảm hiệu năng giải mã một cách đáng kể.

#### 4. KẾT LUẬN

Trong bài báo đề xuất thuật toán tìm hoán vị tối ưu để giải mã phân cực sử dụng thuật toán BP kết hợp với sử dụng bộ kiểm tra cho nút đóng băng. Các đề xuất trong bài báo mang lại sự cải thiện đáng kể về chất lượng giải mã mà hầu như không thay đổi độ phức tạp thuật toán giải mã BP, điều này thực sự có ý nghĩa về đảm bảo khả năng chống nhiễu cũng như tính khả thi khi sử dụng mã phân cực cho các hệ thống truyền tin số. Đồng thời, trong bài báo cũng phân tích các điều kiện dừng sớm cho thuật toán giải mã đề xuất độ trễ giải mã, giảm tiêu thụ năng lượng. Kết quả mô phỏng cho thấy, điều kiện dừng sớm dựa trên dựa trên ma trận sinh  $A_m$  và điều kiện dừng sớm dựa trên sự thay đổi thông tin lan truyền đảm bảo hiệu năng giải mã trong khi số vòng lặp giảm đáng kể.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. E. Arıkan, "Channel polarization: A method for constructing capacity achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 55, no. 7, pp. 3051–3073, July, (2009).
- [2]. K. Niu and K. Chen, "Stack decoding of polar codes," Electronics Letters, vol. 48, no. 12, pp. 695 – 697, June, (2012).
- [3]. I. Tal and A. Vardy, "List decoding of polar codes," IEEE Transactions on Information Theory, vol. 61, no. 5, pp. 2213–2226, May, (2015).
- [4]. E. Arıkan, "A performance comparison of polar codes and reed-muller codes," IEEE Commun. Lett., vol. 12, no. 6, pp. 447–449, Jun., (2008).
- [5]. E. Arıkan, "Polar Codes: A Pipelined Implementation," Proc. 4th ISBC, pp. 11–14, (2010).
- [6]. N. Hussami, S. B. Korada, and R. Urbanke, "Performance of Polar Codes for Channel and Source Coding," in IEEE Inter. Symp. Inf. Theory (ISIT), pp. 1488–1492, June, (2009).
- [7]. Y. Zhang, A. Liu, X. Pan, Z. Ye, C. Gong, "A modified belief propagation polar decoder," IEEE Communications Letters, vol. 18, no. 7, pp. 1091-1094, July, (2014).
- [8]. J. Li, X.-H. You, and J. Li, "Early stopping for LDPC decoding: convergence of mean magnitude (CMM)," IEEE Commun. Lett., vol. 10, no. 9, pp. 667–669, Sep., (2006).
- [9]. R. Y. Shao, S. Lin, and M. P. C. Fossorier, "Two simple stopping criteria for turbo decoding," IEEE Trans. Commun., vol. 47, no. 8, pp. 1117–1120, Aug., (1999).

#### ABSTRACT

##### Early stopping criteria for improved belief propagation

*In this paper, an improved belief propagation technique aided by reliably frozen nodes and a permuted factor graph is designed to enhance the performance of the polar decoding in the finite regime length. We also study some early stopping criteria for reducing energy dissipation and decoding latency. The simulation results show that the proposed decoding scheme obtains gains of about 0.6 dB for the code (1024, 512) and 0.5 dB for the code (2048, 1024) at the BER of  $10^{-4}$ , respectively, with reasonable complexity. On the other hand, the energy dissipation and decoding latency were significantly reduced by using early stopping criteria.*

**Keywords:** Polar; Belief propagation (BP) decoding; Factor graph; Early stopping criteria.