

## Xây dựng thuật toán xác định luật thay đổi cặp cánh lái dạng liên tục của thiết bị bay hai kênh đạt yêu cầu về gia tốc pháp tuyến

Tô Bá Thành<sup>1\*</sup>, Trần Đức Thuận<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Viện Khoa học và Công nghệ quân sự;

<sup>2</sup>Đại học Công nghệ Đông Á.

\*Email: chumnho12g@gmail.com

Nhận bài: 14/11/2022; Hoàn thiện: 28/02/2023; Chấp nhận đăng: 14/3/2023; Xuất bản: 28/4/2023.

DOI: <https://doi.org/10.54939/1859-1043.j.mst.86.2023.38-47>

### TÓM TẮT

*Bài báo trình bày giải pháp xây dựng thuật toán xác định luật thay đổi cặp cánh lái thiết bị bay hai kênh dạng liên tục đạt yêu cầu gia tốc pháp tuyến để thiết bị bay tiếp cận gặp mục tiêu cơ động trên không. Nội dung nghiên cứu tập trung vào xác định sự phụ thuộc của góc tấn và góc trượt cạnh vào góc lệch cánh lái, từ đó xây dựng biểu thức phụ thuộc của góc lệch cánh lái vào gia tốc pháp tuyến mong muốn. Thông qua việc phân tích mô hình toán mô tả động học bay của thiết bị bay trên cơ sở giả thiết điều kiện bay thực tế, nhóm tác giả đã xác định được luật thay đổi các cặp cánh lái là hàm điều hòa với tần số là tốc độ quay quanh trục dọc của thiết bị bay, còn biên độ và pha là hàm phụ thuộc vào đặc trưng thiết bị bay và gia tốc pháp tuyến mong muốn.*

**Từ khóa:** Thiết bị bay hai kênh; Luật thay đổi cặp cánh lái; Gia tốc pháp tuyến.

### 1. MỞ ĐẦU

Thiết bị bay hai kênh là một chủng loại thiết bị bay được trang bị chủ yếu cho không quân có ưu điểm: không cần các cơ cấu ổn định dạng con quay để xác lập hệ tọa độ mặt đất di động như các thiết bị bay ba kênh; nhờ vật mang chuyển động trước khi phóng làm quay các tấm đế kiểu rôleron, nên ổn định được tốc độ quay xung quanh trục dọc ở tốc độ vừa phải (khoảng 3 đến 5 vòng/giây), không như thiết bị bay một kênh quay với tốc độ lớn (khoảng 15 đến 20 vòng/giây). Vì vậy ngoài việc áp dụng các cặp cánh lái dạng role như đã trình bày ở các công trình [2], [3] còn có thể sử dụng cánh lái dạng liên tục. Việc sử dụng cánh lái dạng liên tục sẽ nâng cao độ chính xác điểm gặp, quỹ đạo bay sẽ trơn hơn, không như quỹ đạo bay của thiết bị bay một kênh kiểu vítme, như đã trình bày trong công trình [3]. Công trình [4] đã đề cập đến thiết bị bay hai kênh, nhưng mới giải quyết vấn đề tạo gia tốc pháp tuyến đạt yêu cầu gặp mục tiêu cơ động theo một chỉ tiêu cụ thể. Tuy nhiên quy luật thay đổi góc quay cánh lái như thế nào để tạo ra gia tốc pháp tuyến tối ưu như bài báo [1] đã trình bày, hoặc như công trình [4] đã nêu ra là một vấn đề cần phải giải quyết.

Gia tốc pháp tuyến tỉ lệ thuận với lực pháp tuyến. Lực pháp tuyến phụ thuộc chủ yếu vào góc tấn và góc trượt cạnh. Trong các bài báo đã công bố (trong đó có các tác giả bài báo này) đều giả thiết góc tấn và góc trượt cạnh tỉ lệ thuận thuần túy vào góc quay cánh lái, tức là bỏ qua tính động học của khâu thiết bị bay. Điều này có thể chấp nhận được đối với thiết bị bay có kích thước và trọng lượng nhỏ (như thiết bị bay một kênh hoặc thiết bị bay hai kênh loại nhỏ). Đối với thiết bị bay loại trung bình việc bỏ qua tính động học là không thể chấp nhận được. Vấn đề này sẽ được đề cập trong bài báo này.

### 2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH MÔ TẢ ĐỘNG HỌC CHO THIẾT BỊ BAY HAI KÊNH

Trong mục này sẽ tiến hành xây dựng các phương trình mô tả quan hệ giữa góc quay cánh lái của thiết bị bay hai kênh với góc tấn và góc trượt cạnh. Hai góc này quan hệ trực tiếp tới lực pháp tuyến. Để thực hiện việc này cần xem xét hệ phương trình cơ bản tổng quát về thiết bị bay trong không gian. Theo tài liệu [5] hệ gồm có 16 phương trình mô tả chuyển động của các vật rắn trong không gian như sau:

$$\begin{aligned}
 1) m \left( \frac{dV}{dt} \right) &= \sum F_{xk} = P \cos \alpha \cos \beta - X - G \sin \theta \\
 2) mV \left( \frac{d\theta}{dt} \right) &= \sum F_{yk} = P(\sin \alpha \cos \gamma_a + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_a) + Y \cos \gamma_a - Z \sin \gamma_a - G \cos \theta \\
 3) -mV \left( \frac{d\Psi}{dt} \right) \cdot \cos \theta &= \sum F_{zk} = P(\sin \alpha \sin \gamma_a - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_a) + Y \sin \gamma_a + Z \cos \gamma_a \\
 4) J_x \left( \frac{d\omega_x}{dt} \right) &= M_x - (J_z - J_y) \omega_y \omega_z \\
 5) J_y \left( \frac{d\omega_y}{dt} \right) &= M_y - (J_x - J_z) \omega_x \omega_z \\
 6) J_z \left( \frac{d\omega_z}{dt} \right) &= M_z - (J_y - J_x) \omega_x \omega_y \\
 7) \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta \cos \Psi \\
 8) \frac{dh}{dt} &= V \sin \theta \\
 9) \frac{dz}{dt} &= -V \cos \theta \sin \Psi \\
 10) \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\
 11) \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\
 12) \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\
 13) \sin \theta &= \sin \vartheta \cos \alpha \cos \beta - \cos \vartheta \cos \gamma \sin \alpha \cos \beta - \cos \vartheta \sin \gamma \sin \beta \\
 14) \sin \Psi \cos \theta &= \sin \psi \cos \vartheta \cos \alpha \cos \beta + \cos \psi \sin \gamma \sin \alpha \cos \beta + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma \sin \alpha \cos \beta \\
 &\quad - \cos \psi \cos \gamma \sin \beta + \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \sin \beta \\
 15) \sin \gamma_a \cos \theta &= \sin \vartheta \cos \alpha \sin \beta - \cos \vartheta \cos \gamma \sin \alpha \sin \beta + \cos \vartheta \sin \gamma \cos \beta \\
 16) \frac{dm}{dt} &= \frac{P(t)}{J_e}
 \end{aligned}$$

Các ký hiệu trong hệ phương trình trên được giải thích ở tài liệu trích dẫn trên. Hệ này chúng ta gọi là hệ tổng quát.

Ở đây,  $x, h, z$  là tham số thể hiện tọa độ tâm khối thiết bị bay trong hệ tọa độ mặt đất ( $h$  là độ cao bay). Trong 16 phương trình vi phân và lượng giác trên, ba phương trình đầu (1-3) thể hiện về định luật về gia tốc của tâm khối vật rắn (tâm khối thiết bị bay). Phương trình đầu thể hiện sự thay đổi giá trị tốc độ của thiết bị bay. Hai phương trình tiếp theo là phương trình tạo gia tốc pháp tuyến để thay đổi quỹ đạo cho thiết bị bay. Bản chất điều khiển phần lớn các thiết bị bay là thay đổi các thành phần (phương trình thứ hai và thứ ba) của gia tốc pháp tuyến này nhằm thay đổi quỹ đạo bay cho thiết bị bay để đi đến gặp mục tiêu cần tiêu diệt.

Ba phương trình tiếp theo (từ 4 đến 6) mô tả chuyển động quay của vật rắn (thiết bị bay) xung quanh tâm khối. Ba phương trình (từ 7 đến 9) cho kết quả sự thay đổi tọa độ tâm khối từ sự thay

đôi ở ba phương trình đầu. Ba phương trình (từ 10 đến 12) cho kết quả quay các góc của hệ tọa độ gắn với thiết bị bay (hệ tọa độ liên kết) so với hệ tọa độ mặt đất di động từ sự thay đổi của ba phương trình từ 4 đến 6. Ba phương trình từ 13 đến 15 thể hiện quan hệ động hình học giữa các góc đặc trưng của thiết bị bay. Phương trình cuối (phương trình thứ 16) thể hiện lực đẩy sinh ra từ sự tiêu hao khối lượng, từ định luật bảo toàn mô men động lượng của hệ chất điểm. Chúng ta cần làm rõ mô hình toán thể hiện sự quay cánh lái thiết bị bay hai kênh với sự tạo ra gia tốc pháp tuyến.

Từ hệ tổng quát trên và căn cứ vào các giả thiết về điều kiện hoạt động khi bay, chúng ta sẽ xây dựng quan hệ giữa góc tấn và góc trượt cạnh với các góc quay cánh lái.

Trong thực tế bay, các góc  $\vartheta$ ,  $\psi$ ,  $\Psi$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  có giá trị nhỏ nên có các gần đúng sau:

$\sin\theta \approx \theta$ ,  $\sin\vartheta \approx \vartheta$ ,  $\sin\alpha \approx \alpha$ ,  $\sin\beta \approx \beta$ ,  $\sin\Psi \approx \Psi$ ,  $\cos\alpha \approx 1$ ,  $\cos\beta \approx 1$ ,  $\cos\Psi \approx 1$ ,  $\sin\psi \sin\vartheta \approx 0$ ,  $\sin\alpha \sin\beta \approx 0$ . Khi đó, ba phương trình động hình học (13-15) của hệ tổng quát trên có thể được xấp xỉ như sau:

$$\theta = \vartheta - (\alpha \cos\gamma + \beta \sin\gamma) \quad (1)$$

$$\Psi = \psi + (\alpha \sin\gamma - \beta \cos\gamma) \quad (2)$$

$$\gamma_c = \gamma \quad (3)$$

Nhân hai vế phương trình (1) với  $(-\cos\gamma)$ , hai vế phương trình (2) với  $(\sin\gamma)$ , ta nhận được:

$$-\theta \cos\gamma = -\vartheta \cos\gamma + \alpha \cos^2\gamma + \beta \sin\gamma \cos\gamma \quad (4)$$

$$\Psi \sin\gamma = \psi \sin\gamma + \alpha \sin^2\gamma - \beta \cos\gamma \sin\gamma \quad (5)$$

Cộng hai vế của phương trình (4) với hai vế của phương trình (5) nhận được phương trình sau:

$$\alpha (\cos^2\gamma + \sin^2\gamma) + \psi \sin\gamma - \vartheta \cos\gamma = \Psi \sin\gamma - \theta \cos\gamma \quad (6)$$

Do vậy:

$$\alpha = (\Psi - \psi) \sin\gamma + (\vartheta - \theta) \cos\gamma \quad (7)$$

Nhân hai vế phương trình (1) với  $(\sin\gamma)$ , hai vế phương trình (2) với  $\cos\gamma$ , có:

$$\theta \sin\gamma = \vartheta \sin\gamma - \alpha \cos\gamma \sin\gamma - \beta \sin^2\gamma \quad (8)$$

$$\Psi \cos\gamma = \psi \cos\gamma + \alpha \cos\gamma \sin\gamma - \beta \cos^2\gamma \quad (9)$$

Cộng hai vế của phương trình (8) với hai vế của phương trình (9) và biến đổi nhận được:

$$\beta = (\vartheta - \theta) \sin\gamma + (\psi - \Psi) \cos\gamma \quad (10)$$

Tiến hành lấy vi phân theo thời gian hai vế của phương trình (7) và phương trình (10) có:

$$\dot{\alpha} = (\dot{\Psi} - \dot{\psi}) \sin\gamma + (\Psi - \psi) \cos\gamma \cdot \dot{\gamma} + (\dot{\vartheta} - \dot{\theta}) \cos\gamma - (\vartheta - \theta) \sin\gamma \cdot \dot{\gamma} \quad (11)$$

$$\dot{\beta} = (\dot{\vartheta} - \dot{\theta}) \sin\gamma + (\vartheta - \theta) \cos\gamma \cdot \dot{\gamma} + (\dot{\psi} - \dot{\Psi}) \cos\gamma - (\psi - \Psi) \sin\gamma \cdot \dot{\gamma} \quad (12)$$

Lực nâng Y và lực dạt sườn Z theo [5] được xác định gần đúng như sau:

$$Y = C_Y \rho V^2 S / 2 = C_{Y1}^\alpha \alpha \rho V^2 S / 2 = C_Y^\alpha \alpha \quad (13)$$

$$Z = C_Z \rho V^2 S / 2 = C_{Z1}^\beta \beta \rho V^2 S / 2 = C_Z^\beta \beta \quad (14)$$

Với các góc  $\alpha$ ,  $\beta$  nhỏ và Y, Z có dạng (13), (14) hai phương trình thứ 2 và thứ 3 của hệ tổng quát có thể được viết dưới dạng sau:

$$mV \cdot \frac{d\theta}{dt} = (P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha) \cos\gamma + (P \cdot \beta - C_z^\beta \cdot \beta) \sin\gamma - m \cdot g \quad (15)$$

$$mV \cdot \frac{d\Psi}{dt} = -(P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha) \cdot \sin \gamma + (P \cdot \beta - C_z^\beta \cdot \beta) \cdot \cos \gamma \quad (16)$$

Từ (15) và (16) các vi phân  $\dot{\theta}, \dot{\Psi}$  có dạng:

$$\dot{\theta} = \frac{P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha}{m \cdot V} \cdot \cos \gamma + \frac{P \cdot \beta - C_z^\beta \cdot \beta}{m \cdot V} \cdot \sin \gamma - \frac{g}{V} \quad (17)$$

$$\dot{\Psi} = -\frac{P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha}{m \cdot V} \cdot \sin \gamma + \frac{P \cdot \beta - C_z^\beta \cdot \beta}{m \cdot V} \cdot \cos \gamma \quad (18)$$

Với các giả thiết về điều kiện hoạt động khi bay, bỏ qua tích của các số nhỏ, ba phương trình (10), (11), (12) được xấp xỉ như sau:

$$\dot{\psi} = \omega_y \cdot \cos \gamma - \omega_z \cdot \sin \gamma \quad (19)$$

$$\dot{\vartheta} = \omega_y \cdot \sin \gamma + \omega_z \cdot \cos \gamma \quad (20)$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x \quad (21)$$

và thay (17), (18) vào (11) và (12), cùng với việc thay  $(\vartheta - \theta), (\psi - \Psi)$  bằng cách biến đổi các phương (1), (2) có:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = & -\frac{P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha}{m \cdot V} \cdot \sin^2 \gamma + \frac{P \cdot \beta - C_z^\beta \cdot \beta}{m \cdot V} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma \\ & - \omega_y \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma + \omega_z \cdot \sin^2 \gamma + (\alpha \cdot \sin \gamma - \beta \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \gamma \cdot \omega_x \\ & + \omega_y \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma + \omega_z \cdot \cos^2 \gamma - \frac{P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha}{m \cdot V} \cdot \cos^2 \gamma - \frac{P \cdot \beta - C_z^\beta \cdot \beta}{m \cdot V} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \\ & + \frac{g}{V} \cdot \cos \gamma - (\alpha \cdot \cos \gamma + \beta \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \gamma \cdot \omega_x \end{aligned}$$

Hoặc:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} = & -\frac{P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha}{m \cdot V} \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) + \omega_z \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) \\ & - \beta \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \omega_x + \frac{g}{V} \cdot \cos \gamma \\ \dot{\alpha} = & -\frac{P \cdot \alpha + C_y^\alpha \cdot \alpha}{m \cdot V} + \omega_z - \beta \cdot \omega_x + \frac{g}{V} \cdot \cos \gamma \quad (22) \end{aligned}$$

Ở giai đoạn bay hành trình, vận tốc thay đổi không đáng kể. Do đó, vi phân hai vế (22), nhận được:

$$\ddot{\alpha} + \frac{(P + C_y^\alpha)}{m \cdot V} \dot{\alpha} = \dot{\omega}_z - \dot{\beta} \cdot \omega_x - \beta \cdot \dot{\omega}_x - \frac{g}{V} \sin \gamma \cdot \dot{\gamma} \quad (23)$$

Vì  $\dot{\omega}_z = \frac{M_z}{J_z}, \dot{\gamma} = \omega_x$  nên:

$$\ddot{\alpha} + \frac{(P + C_y^\alpha)}{m \cdot V} \dot{\alpha} = \frac{M_z}{J_z} - \dot{\beta} \cdot \omega_x - \beta \cdot \dot{\omega}_x - \frac{g}{V} \sin \gamma \cdot \omega_x \quad (24)$$

Tương tự cách biến đổi như trên đối với góc tấn  $\alpha$ , tiến hành đổi với góc trượt cạnh  $\beta$  có:

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \omega_y \cdot \sin^2 \gamma + \omega_z \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma - \frac{(P \cdot \alpha + C_y^\alpha \alpha)}{mV} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma - \frac{(P \cdot \beta - C_z^\beta \beta)}{mV} \cdot \sin^2 \gamma \\ &+ \frac{g}{V} \cdot \sin \gamma + (\alpha \cdot \cos \gamma + \beta \cdot \sin \gamma) \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\gamma} + \omega_y \cdot \cos^2 \gamma - \omega_z \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma \\ &+ \frac{(P \cdot \alpha + C_y^\alpha \alpha)}{mV} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma - \frac{(P \cdot \beta - C_z^\beta \beta)}{mV} \cdot \cos^2 \gamma + (\alpha \cdot \sin \gamma - \beta \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\gamma} \\ \ddot{\alpha} + \frac{(P + C_y^\alpha)}{m \cdot V} \dot{\alpha} &= \frac{M_z}{J_z} - \dot{\beta} \cdot \omega_x - \beta \cdot \dot{\omega}_x - \frac{g}{V} \sin \gamma \cdot \omega_x \\ \dot{\beta} &= -\frac{(P \cdot \beta - C_z^\beta \beta)}{mV} \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) + \omega_y \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) \\ &+ \alpha \cdot (\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma) \cdot \dot{\gamma} + \frac{g}{V} \cdot \sin \gamma \\ \dot{\beta} &= -\frac{(P - C_z^\beta) \beta}{mV} + \omega_y + \alpha \cdot \omega_x + \frac{g}{V} \cdot \sin \gamma \end{aligned} \quad (25)$$

Tiến hành vi phân hai vế của (25), ta có:

$$\ddot{\beta} + \frac{(P - C_y^\alpha)}{mV} \cdot \dot{\beta} = \dot{\omega}_y + \dot{\alpha} \cdot \omega_x + \alpha \cdot \dot{\omega}_x + \frac{g}{V} \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\gamma}$$

Vì  $\dot{\omega}_y = \frac{M_y}{J_y}$ ,  $\dot{\gamma} = \omega_x$  nên:

$$\ddot{\beta} + \frac{(P - C_y^\alpha)}{mV} \cdot \dot{\beta} = \frac{M_y}{J_y} + \dot{\alpha} \omega_x + \alpha \cdot \dot{\omega}_x + \frac{g}{V} \cdot \cos \gamma \cdot \omega_x \quad (26)$$

Hai phương trình (24) và (26) là hai phương trình mô tả quá trình hình thành góc tấn và góc trượt cạnh xảy ra trên thiết bị bay nói chung, thiết bị bay hai kênh nói riêng. Vế phải của hai phương trình này có hai thành phần chính: thành phần có ký hiệu  $M_z$  và  $M_y$  là các thành phần do các mô men ngoại lực tác động vào (lực khí động), do lực đẩy động cơ. Có thể coi thành phần thứ hai (gồm 3 số hạng) là yếu tố nhiễu động:

$$D_\alpha = -\dot{\beta} \omega_x - \dot{\omega}_x \beta - \frac{g}{V} \sin \gamma \cdot \omega_x \quad (27)$$

$$D_\beta = \dot{\alpha} \omega_x + \dot{\omega}_x \alpha + \frac{g}{V} \cos \gamma \cdot \omega_x \quad (28)$$

Trong trường hợp mô men làm quay thiết bị bay xung quanh trục dọc cân bằng với các tác động cản khí động, khi đó,  $\omega_x = const$  và  $\dot{\omega}_x = 0$ , khi đó,  $D_\alpha$  và  $D_\beta$  còn hai thành phần. Khi này, hai phương trình (24) và (26) được viết lại như sau:

$$\ddot{\alpha} + C_y^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} = \frac{M_z}{J_z} + D_{\alpha} \quad (29)$$

$$\ddot{\beta} + C_z^{\dot{\beta}} \dot{\beta} = \frac{M_y}{J_y} + D_{\beta} \quad (30)$$

Từ công thức (27), (28) cho thấy, nếu: tốc độ thay đổi góc tấn và góc trượt cạnh đủ nhỏ ( $\dot{\alpha}$  và  $\dot{\beta}$  nhỏ); thiết bị bay quay đều xung quanh trục dọc thì  $\dot{\omega}_x = 0$ ; tốc độ bay lớn ( $V$  lớn) thì có thể coi  $D_{\alpha}$  và  $D_{\beta}$  là bằng 0. Khi này tác động vào động học thiết bị bay chỉ còn yếu tố  $M_z$  và  $M_y$ .

Như tài liệu [1] đã chỉ rõ,  $M_z$  là tổng của nhiều thành phần, song có hai thành phần cơ bản: thành phần do lực của cánh lái điều khiển sinh ra và thành phần do góc tấn sinh ra (có thể bỏ qua các thành phần khác), khi đó:

$$\frac{M_z}{J_z} = C_z^{\delta} \delta_B - C_z^{\alpha} \alpha \quad (31)$$

Thay (31) vào (29) nhận được:

$$\ddot{\alpha} + C_z^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_z^{\alpha} \alpha = C_z^{\delta} \delta_B \quad (32)$$

Tương tự có phương trình mô tả động học khâu tạo góc trượt cạnh:

$$\ddot{\beta} + C_y^{\dot{\beta}} \dot{\beta} + C_y^{\alpha} \alpha = C_y^{\delta} \delta_H \quad (33)$$

Như vậy, từ các giả thiết về điều kiện bay thực tế đã xây dựng mô hình toán học mô tả quan hệ giữa góc quay hai cặp cánh lái của thiết bị bay hai kênh với giá trị góc tấn và góc trượt cạnh. Hai góc này quyết định giá trị lực pháp tuyến thay đổi quỹ đạo bay cho thiết bị bay.

Hai phương trình thứ hai và thứ ba của hệ tổng quát mô tả việc thay đổi hướng bay (hai góc của véc tơ vận tốc). Về trái của hai phương trình này là sự thay đổi hai góc của hai véc tơ vận tốc, còn về phải là các lực pháp tuyến. Phương trình thứ hai mô tả sự thay đổi quỹ đạo trong mặt phẳng thẳng đứng, còn phương trình thứ ba mô tả sự thay đổi quỹ đạo trong mặt phẳng ngang. Các lực làm thay đổi này được gọi là lực pháp tuyến (ngoại trừ thành phần do lực trọng trường sinh ra- số hạng cuối ở phương trình thứ hai).

Như trên đã giải thích trong thực tế bay các góc  $\vartheta$ ,  $\psi$ ,  $\Psi$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  có giá trị nhỏ nên có các gần đúng sau:

$$\sin\theta \approx \theta, \sin\vartheta \approx \vartheta, \sin\alpha \approx \alpha, \sin\beta \approx \beta, \sin\Psi \approx \Psi, \cos\alpha \approx 1, \cos\beta \approx 1 \quad (34)$$

Với các gần đúng này và từ các phương trình gần đúng số (3) phương trình thứ hai và thứ ba hệ tổng quát có thể xấp xỉ sau:

$$mV \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \sum F_{yk} = P(\alpha \cos \omega_x t + \beta \sin \omega_x t) + Y \cos \omega_x t - Z \sin \omega_x t - G \cos \theta \quad (35)$$

$$-mV \left( \frac{d\Psi}{dt} \right) \cdot \cos \theta = \sum F_{zk} = P(\alpha \sin \omega_x t - \beta \cos \omega_x t) + Y \sin \omega_x t + Z \cos \omega_x t \quad (36)$$

Theo [5] lực nâng  $Y$  và lực dạt sườn  $Z$  được xác định như sau:

$$Y = C_y \frac{\rho V^2}{2} S = (C_y^{\alpha} \alpha + C_y^{\delta} \delta_B) \frac{\rho V^2}{2} S \quad (37)$$

$$Z = C_z \frac{\rho V^2}{2} S = (C_z^{\beta} \beta + C_z^{\delta} \delta_Z) \frac{\rho V^2}{2} S \quad (38)$$

Đối với thiết bị bay hai kênh cũng như thiết bị bay một kênh thành phần  $C_Y^\delta \delta_B$  và  $C_Z^\delta \delta_Z$  có giá trị nhỏ so với  $C_Y^\alpha \alpha$  và  $C_Z^\beta \beta$ , nên hai biểu thức (37) và (38) có thể được xác định gần đúng như sau:

$$Y = C_Y \frac{\rho V^2}{2} S = (C_Y^\alpha \alpha + C_Y^\delta \delta_B) \frac{\rho V^2}{2} S \approx C_Y^\alpha \frac{\rho V^2}{2} S \alpha = K_{y\alpha} \alpha \quad (39)$$

$$Z = C_Z \frac{\rho V^2}{2} S = (C_Z^\beta \beta + C_Z^\delta \delta_Z) \frac{\rho V^2}{2} S \approx C_Z^\beta \frac{\rho V^2}{2} S \beta = K_{z\beta} \beta \quad (40)$$

Thay  $Y$  theo (39) và  $Z$  theo (40) vào phương trình (35) và (36) nhận được:

$$mV \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \sum F_{y_k} = P(\alpha \cos \omega_x t + \beta \sin \omega_x t) + K_{y\alpha} \alpha \cos \omega_x t - K_{z\beta} \beta \sin \omega_x t - G \cos \theta \quad (41)$$

$$-mV \left( \frac{d\Psi}{dt} \right) \cdot \cos \theta = \sum F_{z_k} = P(\alpha \sin \omega_x t - \beta \cos \omega_x t) + K_{y\alpha} \alpha \sin \omega_x t + K_{z\beta} \beta \cos \omega_x t \quad (42)$$

Hoặc: 
$$mV \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \sum F_{y_k} = P(\alpha \cos \omega_x t + \beta \sin \omega_x t) + K_{y\alpha} \alpha \cos \omega_x t - K_{z\beta} \beta \sin \omega_x t - G \cos \theta \quad (43)$$

$$= [(P + K_{y\alpha}) \cos \omega_x t] \alpha + [(P - K_{z\beta}) \sin \omega_x t] \beta - G$$

$$mV \left( \frac{d\Psi}{dt} \right) \cdot \cos \theta = \sum F_{z_k} = P(\alpha \sin \omega_x t - \beta \cos \omega_x t) + K_{y\alpha} \alpha \sin \omega_x t + K_{z\beta} \beta \cos \omega_x t \quad (44)$$

$$= -[(P + K_{y\alpha}) \sin \omega_x t] \alpha + [(P - K_{z\beta}) \cos \omega_x t] \beta$$

Từ các vế phải của các biểu thức (43) và (44) cho thấy, các thành phần của lực pháp tuyến tỉ lệ với góc tấn  $\alpha$  và góc trượt cạnh  $\beta$ . Trong bài báo [2] nhóm tác giả đã trình bày thuật toán xác định thành phần gia tốc pháp tuyến tối ưu đảm bảo cho thiết bị bay tiếp cận mục tiêu cơ động. Bài toán cần giải quyết là xác định luật điều khiển cho cánh lái để thiết bị bay hai kênh có gia tốc pháp tuyến (hoặc lực pháp tuyến) đạt giá trị mong muốn nêu trên.

### 3. XÂY DỰNG THUẬT TOÁN XÁC ĐỊNH LUẬT ĐIỀU KHIỂN CHO CÁNH LÁI THIẾT BỊ BAY HAI KÊNH ĐỂ CÓ GIA TỐC PHÁP TUYẾN MONG MUỐN

Từ phương trình (43) và (44) cho thấy, các thành phần của lực pháp tuyến tỉ lệ với giá trị góc tấn và góc trượt cạnh. Như vậy, cần tạo ra góc tấn và góc trượt cạnh sao cho các lực pháp tuyến đạt giá trị mong muốn.

Giả sử cần tạo ra góc tấn  $\alpha$  và góc trượt cạnh  $\beta$  thay đổi ra sao để gia tốc nâng đạt giá trị  $d_1$ , gia tốc dạt đạt giá trị  $d_2$ , tức là:

$$(P + K_{y\alpha}) \cos \omega_x t \cdot \alpha + (P - K_{z\beta}) \sin \omega_x t \cdot \beta = d_1 \quad (45)$$

$$-(P + K_{y\alpha}) \sin \omega_x t \cdot \alpha + (P - K_{z\beta}) \cos \omega_x t \cdot \beta = d_2 \quad (46)$$

Trong  $d_1$  có cả lượng bù trọng lượng (bù gia tốc trọng trường  $g = \frac{G}{m}$ ).

Nhân hai vế phương trình (45) với  $\cos \omega_x t$ , hai vế phương trình (46) với  $\sin \omega_x t$  nhận được:

$$(P + K_{y\alpha}) \cos^2 \omega_x t \cdot \alpha + (P - K_{z\beta}) \sin \omega_x t \cdot \cos \omega_x t \cdot \beta = d_1 \cos \omega_x t \quad (47)$$

$$-(P + K_{y\alpha}) \sin^2 \omega_x t \cdot \alpha + (P - K_{z\beta}) \cos \omega_x t \cdot \sin \omega_x t \cdot \beta = d_2 \cdot \sin \omega_x t \quad (48)$$

Lấy hai vế của phương trình (47) trừ cho các vế tương ứng của phương trình (48) được:  
 $(P + K_{y\alpha})(\cos^2 \omega_x t + \sin^2 \omega_x t) \cdot \alpha + [(P - K_{z\beta}) \sin \omega_x t \cdot \cos \omega_x t \cdot \beta - (P - K_{z\beta}) \sin \omega_x t \cdot \cos \omega_x t \cdot \beta]$   
 $= d_1 \cos \omega_x t - d_2 \sin \omega_x t$

Khi này: 
$$\alpha = \frac{d_1 \cos \omega_x t - d_2 \sin \omega_x t}{P + K_{y\alpha}} \tag{49}$$

Nhân hai vế phương trình (45) với  $\sin \omega_x t$ , hai vế phương trình (46) với  $\cos \omega_x t$ , có:

$$(P + K_{y\alpha}) \cos \omega_x t \cdot \sin \omega_x t \cdot \alpha + (P - K_{z\beta}) \sin^2 \omega_x t \cdot \beta = d_1 \cdot \sin \omega_x t \tag{50}$$

$$-(P + K_{y\alpha}) \sin \omega_x t \cdot \cos \omega_x t \cdot \alpha + (P - K_{z\beta}) \cos^2 \omega_x t \cdot \beta = d_2 \cdot \cos \omega_x t \tag{51}$$

Cộng hai vế tương ứng của hai phương trình (50) và (51) sẽ có

$$[(P + K_{y\alpha}) \cos \omega_x t \cdot \sin \omega_x t \cdot \alpha - (P + K_{y\alpha}) \cos \omega_x t \cdot \sin \omega_x t \cdot \alpha] + (P - K_{z\beta}) \sin^2 \omega_x t \cdot \beta + (P - K_{z\beta}) \cos^2 \omega_x t \cdot \beta = d_1 \cdot \sin \omega_x t + d_2 \cos \omega_x t$$

Khi này có: 
$$\beta = \frac{d_1 \cdot \sin \omega_x t + d_2 \cos \omega_x t}{(P - K_{z\beta})} \tag{52}$$

Áp dụng các công thức lượng giác cơ bản hai biểu thức (49) và (52) sẽ có dạng sau:

$$\alpha = \frac{\sqrt{d_1 + d_2}}{P + K_{y\alpha}} \sin(\omega_x t - \arctg(\frac{d_1}{d_2})) \tag{53}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{d_1 + d_2}}{P - K_{z\beta}} \sin(\omega_x t + \arctg(\frac{d_2}{d_1})) \tag{54}$$

Từ hai biểu thức (53) và (54) cho thấy, để thiết bị bay hai kênh duy trì gia tốc pháp tuyến mong muốn góc tấn và góc trượt cạnh phải thay đổi theo quy luật điều hòa với tần số trùng với tần số quay quanh trục dọc của thiết bị bay hai kênh.

Quan hệ giữa góc tấn  $\alpha$  và góc trượt cạnh  $\beta$  với hai cánh lái được thể hiện qua hai phương trình (32) và (33). Hai phương trình này là hai phương trình vi phân tuyến tính, nên có thể áp dụng các tính chất của hệ tuyến tính để xác định quy luật thay đổi hai cánh lái  $\delta_B$  và  $\delta_H$ .

Theo tính chất của hệ tuyến tính thì tín hiệu đầu vào  $\delta_B$  và  $\delta_H$  cũng phải thay đổi theo quy luật điều hòa như sự thay đổi của góc tấn  $\alpha$  và góc trượt cạnh  $\beta$ , song biên độ và pha của chúng sẽ khác. Vì hai phương trình (32) và (33) giống nhau, nên ở đây ta chỉ xem xét trường hợp góc tấn  $\alpha$ . Vì tín hiệu đầu vào và đầu ra của hệ tuyến tính đều là tín hiệu điều hòa, nên có thể áp dụng đặc tính tần số để xác định quan hệ giữa biên độ và pha của tín hiệu đầu ra so với tín hiệu đầu vào.

Thực hiện biến đổi Laplace hai vế phương trình (32) có:

$$(s^2 + C_z^{\dot{\alpha}} \cdot s + C_z^{\alpha}) \cdot \alpha(s) = C_z^{\delta} \cdot \delta_B(s) \tag{55}$$

Hàm truyền mô tả quan hệ giữa góc điều khiển  $\delta_B$  và góc tấn  $\alpha$  là:

$$W_{\alpha}(s) = \frac{\alpha(s)}{\delta_B(s)} = \frac{C_z^{\delta}}{(s^2 + C_z^{\dot{\alpha}} \cdot s + C_z^{\alpha})} \tag{56}$$

Thay s bằng  $j\omega_x$  có đặc tính tần số của hệ tuyến tính (55):

$$W_{\alpha}(j\omega_x) = \frac{C_z^{\delta}}{(-\omega_x^2 + jC_z^{\dot{\alpha}} \omega_x + C_z^{\alpha})} = \frac{C_z^{\delta}}{(C_z^{\alpha} - \omega_x^2 + jC_z^{\dot{\alpha}} \omega_x)} \tag{57}$$

Nhân cả tử số và mẫu số về phải công thức (57) với  $(C_z^\alpha - \omega_x^2 - jC_z^\alpha \omega_x)$  có:

$$W_\alpha(j\omega_x) = \frac{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2 - jC_z^\alpha \omega_x)}{(C_z^\alpha - \omega_x^2 + jC_z^\alpha \omega_x)(C_z^\alpha - \omega_x^2 - jC_z^\alpha \omega_x)} = \frac{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2) - jC_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2} \quad (58)$$

Từ (58) có giá trị tuyệt đối của đặc tính tần số tại tần số  $\omega_x$ :

$$|W_\alpha(j\omega_x)| = \sqrt{\left(\frac{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2)}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2}\right)^2 + \left(\frac{C_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2}\right)^2} \quad (59)$$

Pha của đặc tính tần số tại tần số  $\omega_x$ :

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{C_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2)}\right) \quad (60)$$

Theo lý thuyết hệ tuyến tính, nếu tín hiệu đầu vào là tín hiệu điều hòa (tín hiệu hình sin) thì đầu ra cũng là tín hiệu điều hòa với biên độ có độ lớn bằng độ lớn của biên độ tín hiệu đầu vào nhân với giá trị tuyệt đối của đặc tính tần số tại tần số của tín hiệu đầu vào, pha trễ so với tín hiệu đầu vào bằng giá trị pha của đặc tính tần số. Như vậy  $\delta_B$  sẽ có dạng:

$$\delta_B(t) = M_\alpha \sin(\omega_x t + \varphi_\alpha) \quad (61)$$

Vấn đề tiếp theo là cần phải xác định giá trị  $M_\alpha$  và  $\varphi_\alpha$ . Từ các phân tích nêu trên về hệ tuyến tính và dạng tín hiệu gốc tần  $\alpha(t)$  theo biểu thức (53) sẽ có các đẳng thức sau:

$$\frac{\sqrt{d_1 + d_2}}{P + K_{y\alpha}} = |W_\alpha(j\omega_x)| M_\alpha = \sqrt{\left(\frac{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2)}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2}\right)^2 + \left(\frac{C_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2}\right)^2} M_\alpha \quad (62)$$

$$-\arctg\left(\frac{d_1}{d_2}\right) = \arctg\left(-\frac{C_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2)}\right) + \varphi_\alpha \quad (63)$$

Từ (62) và (63) cho thấy, để thiết bị bay hai kênh cơ động trong mặt phẳng thẳng đứng biên độ  $M_\alpha$  và pha  $\varphi_\alpha$  của tín hiệu cánh lái  $\delta_B$  thiết bị bay hai kênh là:

$$M_\alpha = \left(\frac{\sqrt{d_1 + d_2}}{P + K_{y\alpha}}\right) / \sqrt{\left(\frac{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2)}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2}\right)^2 + \left(\frac{C_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{(C_z^\alpha - \omega_x^2)^2 + (C_z^\alpha \omega_x)^2}\right)^2} \quad (64)$$

$$\varphi_\alpha = \arctg\left(\frac{C_z^\delta C_z^\alpha \omega_x}{C_z^\delta (C_z^\alpha - \omega_x^2)}\right) - \arctg\left(\frac{d_1}{d_2}\right) \quad (65)$$

Tương tự các diễn giải trên tín hiệu cánh lái  $\delta_H$  cũng có dạng:

$$\delta_H(t) = M_\beta \sin(\omega_x t + \varphi_\beta) \quad (66)$$

Trong đó: 
$$M_\beta = \left(\frac{\sqrt{d_1 + d_2}}{P + K_{y\beta}}\right) / \sqrt{\left(\frac{C_y^\delta (C_y^\beta - \omega_x^2)}{(C_y^\beta - \omega_x^2)^2 + (C_y^\beta \omega_x)^2}\right)^2 + \left(\frac{C_y^\delta C_y^\beta \omega_x}{(C_y^\beta - \omega_x^2)^2 + (C_y^\beta \omega_x)^2}\right)^2} \quad (67)$$

$$\varphi_\beta = \arctg\left(\frac{C_y^\delta C_y^\beta \omega_x}{C_y^\delta (C_y^\beta - \omega_x^2)}\right) + \arctg\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad (68)$$

Các công thức (61), (64), (65), (66), (67), (68) là cơ sở để tổng hợp lệnh cho hai cánh lái thiết bị bay hai kênh bay tiếp cận mục tiêu cơ động trên không. Các giá trị  $d_1$  và  $d_2$  được xác định trên cơ sở giải bài toán dẫn, đã được nhóm tác giả giải quyết ở các công trình [2]. Các giá trị này

phụ thuộc vào thông tin về mục tiêu, như thông tin về tốc độ quay đường ngắm do các loại đầu tự dẫn xác định. Còn các tham số khác của công thức (64), (65), (67),(68) là các tham số động học của khâu thiết bị bay.

Trong thực tế, việc xác định lệnh điều khiển cho các cánh của thiết bị bay hai kênh thực hiện theo nguyên lý bám. Cơ sở để thực hiện thiết kế hệ bám này xuất phát từ các luận giải nêu trên.

#### 4. KẾT LUẬN

Trên cơ sở phân tích quá trình bay thực tế và từ mô hình tổng quát về sự chuyển động của vật rắn, đã xây dựng thành công mô hình mô tả động học quan hệ giữa góc quay cánh lái thiết bị bay hai kênh với các góc tấn và góc trượt cạnh. Hai góc này là các góc tạo ra gia tốc pháp tuyến điều chỉnh quỹ đạo bay. Trên cơ sở đó, đã phân tích thành công quan hệ giữa góc quay cánh lái thiết bị bay hai kênh theo gia tốc pháp tuyến cần đạt.

Kết quả thu được chỉ ra trong biểu thức từ (61) đến (68), luật điều khiển các cặp cánh lái là hàm điều hòa với tần số là tốc độ quay quanh trục dọc của thiết bị bay, còn biên độ và pha là hàm phụ thuộc vào đặc trưng thiết bị bay và gia tốc pháp tuyến mong muốn. Đây là kết quả mang tính học thuật mới trong nước, vì thiết bị bay hai kênh là loại thiết bị bay có trong trang bị, tuy nhiên các vấn đề phân tích chuyên sâu chưa có ở Việt Nam. Vì vậy, đây là kết quả có ý nghĩa học thuật giúp cho việc khai thác hoặc cải tiến thiết bị bay hai kênh đạt hiệu quả.

Các dẫn giải của bài báo là cơ sở để nghiên cứu tổng hợp hệ bám, hệ thống tự động điều khiển bay và xây dựng phần mềm mô phỏng hoạt động của các cặp cánh lái trên thiết bị bay hai kênh.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Tô Bá Thành, Lê Hoàng Anh, Trần Đức Thuận. “*Xây dựng thuật toán xác định gia tốc pháp tuyến tối ưu dẫn thiết bị bay gặp mục tiêu cơ động trên không*”. Hội nghị - Triển lãm quốc tế lần thứ 6 về Điều khiển và Tự động hoá. Tp. HCM (2022).
- [2]. Tô Bá Thành, Trần Xuân Khánh, Hoàng Văn Long, Trần Đức Thuận. “*Xây dựng luật dẫn và điều khiển thiết bị bay hai kênh tiếp cận mục tiêu cơ động trên cơ sở áp dụng lý thuyết điều khiển hiện đại*”. Tạp chí Nghiên cứu Khoa học và Công nghệ quân sự, số đặc san tháng 10, (2021).
- [3]. Phan Văn Từ. “*Xây dựng phương pháp và thuật toán điều khiển cho thiết bị bay một kênh*”. Luận án tiến sĩ kỹ thuật. Viện KH&CNQS, (2010).
- [4]. Phương Hữu Long. “*Nâng cao chất lượng tự dẫn thiết bị bay không đối không hai kênh tầm gần trong điều kiện mục tiêu cơ động*”. Luận án tiến sĩ kỹ thuật. HVKTQS, (2018).
- [5]. A. A.Лебедев, Л. С. Чернобровкин, “*Динамика полёта беспилотных летательных аппаратов*”. Машиностроение, Москва, (1973).

#### ABSTRACT

##### **The algorithm for determining the switch rule of continuous steering on two-channel flying objects with the requirements of normal acceleration**

*The article deals with a solution to build an algorithm for determining the switch rule of continuous steering pairs on the two-channel flying objects with the requirement of normal acceleration while approaching the maneuvering air target. The content of this paper focuses on determining the dependence of the attack angle and the edge sliding angle on the steering deflection angle. Thereby, the authors have built the dependent expression of the steering deflection angle on the desired normal acceleration. Through the analysis of a mathematical model describing the flight kinematics of flying objects, the authors have determined the switching rule of continuous steering pairs is a harmonic function. Where frequency is the rotation speed of the longitudinal axis, amplitude and phase as a function of the flying object's characteristics and the desired normal acceleration.*

**Keywords:** Two-channel flying objects; Steering rule; Normal acceleration.