

Điều khiển dự báo kiểu Min-Max cho con lắc ngược có nhiễu

Nguyễn Thành Long^{1, 2*}, Phan Xuân Minh¹, Đào Phương Nam¹

¹ Đại học Bách khoa Hà Nội;

² Đại học Sư phạm Kỹ thuật Hưng Yên.

*Email: longnt.utehy@gmail.com

Nhận bài: 28/02/2023; Hoàn thiện: 27/3/2023; Chấp nhận đăng: 28/3/2023; Xuất bản: 28/4/2023.

DOI: <https://doi.org/10.54939/1859-1043.j.mst.86.2023.3-11>

TÓM TẮT

Việc triển khai kỹ thuật điều khiển dự báo gặp khó khăn trong việc thiết lập mô hình dự báo đối với hệ chịu ảnh hưởng của nhiễu. Thêm nữa, sự thay đổi của bài toán tối ưu sau mỗi chu kỳ tính toán có thể gây ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ kín mặc dù tính ổn định có thể được đảm bảo tại mỗi bài toán tối ưu ở thời điểm trích mẫu gián đoạn. Bài báo đề xuất một cấu trúc điều khiển gồm có bộ điều khiển dự báo cho hệ chuẩn không liên tục sau khi loại bỏ thành phần nhiễu và phân bổ sung xử lý ảnh hưởng của nhiễu. Với mục đích xem xét tính ổn định của bộ điều khiển dự báo, bài toán tối ưu sẽ được thiết lập tại mỗi thời điểm trích mẫu thỏa mãn bất đẳng thức ma trận để cho phép thực hiện việc so sánh hàm ứng viên Lyapunov tại các thời điểm trích mẫu liên tiếp. Kết quả mô phỏng được thực hiện cho một con lắc ngược có nhiễu để khẳng định khả năng của bộ điều khiển được đề xuất.

Từ khóa: Con lắc ngược; Điều khiển dự báo; Bất đẳng thức ma trận; Tối ưu hóa; Ổn định.

1. MỞ ĐẦU

Với đặc điểm của việc thiết kế bộ điều khiển dự báo đòi hỏi dự báo mô hình cũng như giải bài toán tối ưu nên nhìn chung nó phù hợp với hệ biến đổi chậm. Vì vậy, trong các hệ biến đổi nhanh như hệ robot thì cho đến nay, hầu hết các phương pháp điều khiển dựa trên lý thuyết ổn định Lyapunov với các hướng như thiết kế cuốn chiếu (BackStepping) hay bộ điều khiển trượt,... [1-4]. Điều này dẫn đến một số khó khăn khi có tính đến yếu tố ràng buộc, như ràng buộc của tín hiệu điều khiển hay là ràng buộc của biến trạng thái [1]. Giải pháp được thực hiện như truyền thống là hiệu chỉnh ngược, tức là dựa trên sai lệch của tín hiệu điều khiển và giá trị ngưỡng của tín hiệu điều khiển, ta sẽ thay đổi hiệu chỉnh bộ điều khiển ban đầu để tín hiệu điều khiển khi đi vào vùng bão hòa thì trở về vùng làm việc [1]. Phương pháp này có nhược điểm là không áp dụng được tổng quát mà chỉ vận dụng cho trường hợp riêng [1]. Ngoài ra, đặc điểm ràng buộc cũng chỉ thể hiện một cách đơn giản như là biên độ của tín hiệu điều khiển bé hơn giá trị ngưỡng. Việc xem xét sử dụng cấu trúc điều khiển dự báo cho phép không những khắc phục đặc điểm ràng buộc nói trên mà còn đảm bảo tối thiểu hóa hàm mục tiêu cho trước [5-9]. Tuy nhiên, tính ổn định hay khả năng bám của hệ thống khi sử dụng bộ điều khiển dự báo cần phải xem xét vì có sự thay đổi bài toán tối ưu sau mỗi chu kỳ trích mẫu. Điều này dẫn đến mặc dù từng bài toán tối ưu giúp cho hệ kín ổn định nhưng với sự thay đổi bài toán tối ưu sau mỗi chu kỳ trích mẫu có thể dẫn đến hệ kín mất khả năng bám. Các nghiên cứu [5-9] chủ yếu tập trung vào xem xét ứng dụng điều khiển dự báo cho hệ tuyến tính cũng như hệ liên tục. Thêm nữa, trong việc khảo sát tính ổn định thì gặp khó khăn trong việc xác định cụ thể tín hiệu điều khiển trung gian phù hợp để so sánh bậc câu giữa các hàm ứng viên [6, 8]. Trong bài báo này, một phương pháp điều khiển dự báo cho hệ phi tuyến không liên tục có nhiễu đã được triển khai bằng cách xem xét thiết kế bộ điều khiển dự báo cho hệ chuẩn sau khi loại bỏ nhiễu rồi bổ sung thêm thành phần xử lý ảnh hưởng của nhiễu này. Bộ điều khiển dự báo sẽ được thực hiện dựa trên việc tối thiểu hóa cận trên của hàm mục tiêu với sự xem xét sai lệch giữa mô hình chuẩn và mô hình tuyến tính của nó. Ngoài ra, tính ổn định của bộ điều khiển dự báo được đảm bảo thông qua việc thiết lập những bài toán tối ưu phù hợp ở các bước trích mẫu. Điều này đòi hỏi miền ràng buộc của mỗi bài toán tối ưu sẽ chứa đựng trong đó ràng buộc của tín hiệu điều khiển, thiết lập cận trên của hàm mục tiêu.

2. ĐIỀU KHIỂN DỰ BÁO CHO HỆ KHÔNG LIÊN TỤC CÓ NHIỀU

Trước hết xem xét hệ không liên tục phi tuyến có dạng:

$$x(l+1) = f(x(l), u(l)) + w(l) \quad (1)$$

Trong đó, $x(\cdot) \in R^n, u(\cdot) \in R^m, w(\cdot) \in R^n$ lần lượt là trạng thái, đầu vào, nhiễu của hệ (1). Ngoài ra nhiễu và hàm $f((\cdot), (\cdot)) \in R^n$ có điều kiện như sau:

Giả thiết 1: $f((\cdot), (\cdot)): X \times U \rightarrow F, X \subseteq R^n, U \subseteq R^m, F \subseteq R^n$, là hàm khả vi cấp 2 thỏa mãn $f(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$.

Giả thiết 2: Tồn tại L đủ lớn sao cho nhiễu bị chặn $\|w(l)\| \leq L; \forall l \in Z^+$

Từ (2.4.1), bằng phương pháp tuyến tính hóa quanh điểm làm việc dẫn đến:

$$x(l+1) = A_l x(l) + B_l u(l) + f_l(x(l), u(l)) + w(l) \quad (2)$$

$$A_l = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x(l), u(l))}, \quad B_l = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{(x(l), u(l))}, \quad f_l(x(l), u(l)) = f(x(l), u(l)) - (A_l x(l) + B_l u(l)) \quad (3)$$

Việc triển khai bộ điều khiển dự báo cho hệ có nhiễu được tiến hành theo 2 bước:

Bước 1: Xem xét cho hệ chuẩn sau khi loại bỏ nhiễu:

$$z(l+1) = A_l z(l) + B_l v(l) + f_l(z(l), v(l)) \quad (4)$$

và tiến hành thực hiện bộ điều khiển dự báo kiểu Min-Max cho mô hình (4).

Bước 2: Phát triển cho bộ điều khiển ở bước 1 để xử lý với nhiễu. Theo (3) và (4), sai lệch trạng thái $e(l) = x(l) - z(l)$ được thể hiện qua phương trình:

$$e(l+1) = A_l e(l) + B_l (u(l) - v(l)) + f_l(x(l), u(l)) - f_l(z(l), v(l)) + w(l) \quad (5)$$

Từ giả thiết 1 dẫn đến sự tồn tại của $p, q > 0$ sao cho:

$$\|\Delta\| \leq p \|x(l) - z(l)\| + q \|u(l) - v(l)\| \quad (6)$$

với $\Delta = f_l(x(l), u(l)) - f_l(z(l), v(l)), \forall x(l) \in R^n, z(l) \in R^n, u(l) \in R^m, v(l) \in R^m$

Giả thiết 3: Với $l \in Z^+$, tồn tại số dương λ_l và 2 ma trận L_l^* và Q_l^* xác định dương thỏa mãn phương trình:

$$(A_l + B_l L_l^*)^T P_l^* (A_l + B_l L_l^*) - P_l^* = -Q_l^* \quad (7)$$

có duy nhất nghiệm P_l^* đối xứng xác định dương thỏa mãn:

$$\lambda_{\min}(Q_l^*) \geq \lambda_{\max}(P_l^*) \left[(m_l + \lambda_l)^2 + 2(m_l + \lambda_l)\omega_l \right] \quad (8)$$

Với $m_l = p + q \|L_l^*\|, \omega_l = \|A_l + B_l L_l^*\|$

Nhiệm vụ điều khiển được đưa ra là ổn định hệ không liên tục (1) dưới ảnh hưởng của nhiễu $w(l)$ bằng phương pháp điều khiển dự báo Min-Max MPC. Như đã biết do sự thay đổi tín hiệu điều khiển tối ưu sau mỗi chu kỳ nên khả năng ổn định bằng bộ điều khiển MPC là khó đạt được mặc dù nếu giữ cố định bộ điều khiển tối ưu hệ có thể ổn định. Thêm nữa kỹ thuật điều khiển dự báo kiểu Min-Max sẽ được triển khai cho mô hình con lắc ngược. Sở dĩ vận dụng phương pháp nói trên cho hệ này là bởi cơ sở của phương pháp điều khiển dự báo kiểu Min-Max MPC được trình bày ở phần sau là triển khai cho hệ tuyến tính mà mô hình con lắc ngược khi làm việc ở lân cận quanh điểm cân bằng có thể được xem là xấp xỉ tuyến tính.

2.1. Điều khiển dự báo kiểu Min-Max cho hệ chuẩn và phân tích ổn định

Triển khai bước 1 như nêu ở trên cho hệ phi tuyến không liên tục đã loại bỏ nhiễu (2) với bộ điều khiển dự báo kiểu Min-Max:

$$v(l+i|l) = L_i z(l+i|l); (i \geq 0, i \in Z) \quad (9)$$

Với hàm mục tiêu tại thời điểm hiện tại l có dạng sau:

$$J(l) = \sum_{i=0}^{\infty} z(l+i|l)^T Q_i z(l+i|l) + v(l+i|l)^T R_i v(l+i|l) \quad (10)$$

ở đây, Q_i, R_i là những ma trận xác định dương với số chiều phù hợp, $z(l+i|l), v(l+i|l)$ lần lượt là trạng thái được dự báo dựa vào giá trị đo được và tín hiệu điều khiển tại thời điểm $l+i$ được tính toán tại thời điểm hiện tại l . Khác với các phương pháp trước đây xử lý cho tình huống ràng buộc tín hiệu điều khiển như ở (11) bằng kỹ thuật hiệu chỉnh ngược hay anti windup [1].

$$\|v(l)\| \leq v_{\max} \quad (11)$$

với $v_{\max} = u_{\max} - \max_{l \in N} \|P_l^* e(l)\|$ thu được từ giả thiết 3 với chú ý sai lệch $e(l)$ đủ nhỏ để $v_{\max} > 0$ và những giá trị biên của tín hiệu điều khiển cũng như việc thiết kế sẽ được xem xét trong mục tiếp theo. Việc ước lượng sẽ được thực hiện dựa trên bổ đề sau:

Bổ đề 1. Bất đẳng thức sau là đúng với mọi ma trận M, N và ma trận xác định dương P với số chiều phù hợp: $M^T P N + N^T P M \leq \psi M^T P M + \psi^{-1} N^T P N, (\forall \psi > 0)$

Chứng minh [10]: Kết quả trên là đúng vì tương đương với bất đẳng thức sau

$$\left(\sqrt{\psi} M - \frac{1}{\sqrt{\psi}} N \right)^T P \left(\sqrt{\psi} M - \frac{1}{\sqrt{\psi}} N \right) \geq 0$$

Bổ đề 2. Với mô hình và bộ điều khiển Min-Max MPC tại thời điểm trích mẫu l , nếu tồn tại $\psi > 0$ và một ma trận xác định dương P_l thỏa mãn:

$$(1+\psi)(A_l + B_l L_l)^T P_l (A_l + B_l L_l) + (1+\psi^{-1})H_l - P_l + Q_l + L_l^T R_l L_l \leq 0 \quad (12)$$

thì sẽ tồn tại cận trên của hàm mục tiêu (10) với dạng toàn phương như sau:

$$J(l) \leq z(l|l)^T P_l z(l|l)$$

Chứng minh: Dựa vào dạng toàn phương $V(z(\cdot|l)) = z(\cdot|l)^T P_l z(\cdot|l)$, ta có ước lượng như sau:

$$\begin{aligned} & V(z(l+i+1|l)) - V(z(l+i|l)) \\ &= z(l+i+1|l)^T P_l z(l+i+1|l) - z(l+i|l)^T P_l z(l+i|l) \end{aligned} \quad (13)$$

$$z(l+i+1|l)^T P_l z(l+i+1|l) = \Theta_l^T P_l \Theta_l + \Lambda_l^T P_l \Theta_l + \Theta_l^T P_l \Lambda_l + \Lambda_l^T P_l \Lambda_l$$

Trong đó, $\Theta_l = A_l z(l+i|l) + B_l v(l+i|l)$;

$$\Lambda_l = f_l(z(l+i|l), v(l+i|l))$$

Ta dẫn đến:

$$z(l+i+1|l)^T P_l z(l+i+1|l) \leq (1+\psi)\Theta_l^T P_l \Theta_l + (1+\psi^{-1})\Lambda_l^T P_l \Lambda_l$$

Kết hợp với mô hình sai lệch đủ nhỏ $f_l(z(l+i|l), v(l+i|l))$, ta có được quan hệ:

$$f_l(z(l+i|l), v(l+i|l))^T P_l f_l(z(l+i|l), v(l+i|l)) \leq z(l+i|l)^T H_l z(l+i|l)$$

Do vậy, ta dẫn đến bất đẳng thức:

$$V(z(l+i+1|l)) - V(z(l+i|l)) \leq -\left(z(l+i|l)^T Q_l z(l+i|l) + v(l+i|l)^T R_l v(l+i|l)\right) \quad (14)$$

Ta để ý (14) đúng với mọi $i=0,1,2,\dots,\infty$ nên $V(\bar{x}(\infty|l)) - V(\bar{x}(l|l)) \leq -J(l) \Rightarrow$

$$J(l) \leq V(z(l|l)) - V(z(\infty|l)) \leq z(l|l)^T P_l z(l|l)$$

Tiếp theo, bộ điều khiển dự báo $v(\cdot)$ được thiết lập bằng cách giải bài toán tối ưu hóa 1 để đạt được nghiệm là γ_l^* tại từng thời điểm trích mẫu l có tính đến ràng buộc đầu vào và dạng hàm toàn phương chẵn trên của hàm mục tiêu như mô tả ở bổ đề 2. Ý nghĩa của bài toán tối ưu sau đây thể hiện thông qua miền ràng buộc Ω_l sẽ là rỗng khi $\gamma < \gamma_l^*$.

Bài toán Tối ưu hóa 1. $\min_{P_l, L_l, H_l} \gamma_l$

Với miền ràng buộc Ω_l :

$$\begin{aligned} \text{a)} & z(l|l)^T P_l z(l|l) \leq \gamma_l; \\ \text{b)} & \|v(l)\| \leq v_{\max}; \\ \text{c)} & \gamma_l \leq \gamma_{\max}; \\ \text{d)} & (1+\psi)(A_l + B_l L_l)^T P_l (A_l + B_l L_l) + (1+\psi^{-1})H_l - P_l + Q_l + L_l^T R_l L_l \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Bài toán tối ưu này sẽ được chuyển về tương đương với bài toán tối ưu với ràng buộc là Bất đẳng thức Ma trận như mô tả trong [2] thể hiện ở định lý sau đây:

Định lý 1. Nếu tập hợp nghiệm $(X_l, Y_l, Z_l, \gamma_l^*)$ của bài toán tối ưu với ràng buộc là Bất đẳng thức Ma trận sau đây:

Bài toán Tối ưu hóa 2. $\min_{X_l, Y_l, Z_l} \gamma_l$

Với miền ràng buộc Ω_l' :

$$\begin{aligned} \text{a)} & \gamma_l \leq \gamma_{\max}; \\ \text{b)} & \begin{bmatrix} X_l & \sqrt{1+\psi} \Xi_l^T & X_l^T & Y_l^T & X_l^T \\ \sqrt{1+\psi} \Xi_l & X_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ X_l & \mathbf{0} & Q_l^{-1} & \mathbf{0} & 0 \\ Y_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & R_l^{-1} & 0 \\ X_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & (1+\psi^{-1})^{-1} Z_l \end{bmatrix} \geq 0, \quad \Xi_l = (A_l X_l + B_l Y_l); \\ \text{c)} & \begin{bmatrix} \gamma_l I & z(l)^T \\ z(l) & X_l \end{bmatrix} \geq 0; \\ \text{d)} & \begin{bmatrix} \gamma_{\max}^{-1} (v_{\max})^2 & Y_l \\ Y_l^T & X_l \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

thì nó cũng là nghiệm của **bài toán tối ưu 1** với quan hệ tương đương như sau:

$$X_l = P_l^{-1}; Y_l = L_l X_l; Z_l = H_l^{-1}$$

Chứng minh: Theo (15) ta suy ra:

$$\begin{aligned} & P_l^{-1} - (1 + \psi)(A_l P_l^{-1} + B_l L_l P_l^{-1})^T P_l (A_l P_l^{-1} + B_l L_l P_l^{-1}) \\ & - P_l^{-1} Q_l P_l^{-1} - (L_l P_l^{-1})^T R_l (L_l P_l^{-1}) - (1 + \psi^{-1}) P_l^{-1} H_l P_l^{-1} \geq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Dựa vào Bổ đề Schur, (17) tương đương với bất đẳng thức ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} X_l & \Xi_l'' & X_l^T & Y_l^T & X_l^T \\ \Xi_l' & X_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ X_l & \mathbf{0} & Q_l^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ Y_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & R_l^{-1} & \mathbf{0} \\ X_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & (1 + \psi^{-1})^{-1} Z_l \end{bmatrix} \geq 0 \quad (18)$$

ở đây, $\Xi_l' = \sqrt{1 + \psi} \Xi_l$, $\Xi_l'' = \sqrt{1 + \psi} \Xi_l^T$, $\Xi_l = (A_l X_l + B_l Y_l)$

Thông qua các phép biến đổi trung gian, ta thu được kết luận sau:

$$\begin{aligned} \|\nu(l+i|l)\|^2 & \leq \|Y_l X_l^{-1} Y_l^T\| \|z(l+i|l)^T X_l^{-1} z(l+i|l)\| \leq \|Y_l X_l^{-1} Y_l^T\| \|z(l|l)^T X_l^{-1} z(l|l)\| \\ & \leq \gamma_l \|Y_l X_l^{-1} Y_l^T\| \leq \gamma_{\max} \|Y_l X_l^{-1} Y_l^T\| \end{aligned} \quad (19)$$

Với mục đích xem xét tính ổn định của hệ kín khi sử dụng bộ điều khiển dự báo dựa trên kết quả của bài toán tối ưu sau mỗi bước, vấn đề về „*Tính khả thi*“ cần được xem xét để cho phép so sánh hàm ứng viên Lyapunov tại hai thời điểm liên tiếp bằng phương pháp bắc cầu. Sau khi giải bài toán tối ưu 2 ở thời điểm trích mẫu l để tìm được nghiệm $\{P_l, L_l\}$ thì giả thiết sau đây cần được đưa ra để xem xét vấn đề về „*Tính khả thi*“ như mô tả ở Bổ đề 3.

Giả thiết 4. Tồn tại ρ_l tại mỗi thời điểm trích mẫu $l \in N$ sao cho:

$$\begin{aligned} & \{(1 + \psi) Y_l + (1 + \psi^{-1})(H_{l+1} - H_l)\} \leq \rho_l I < Q_l \text{ với} \\ & Y_l = (A_{l+1} + B_{l+1} L_l)^T P_l (A_{l+1} + B_{l+1} L_l) - (A_l + B_l L_l)^T P_l (A_l + B_l L_l) \end{aligned}$$

Có thể thấy, giả thiết này là hợp lý với giá trị đầu $z(0)$ là phù hợp và thời gian trích mẫu đủ nhỏ.

Bổ đề 3. (*Tính khả thi*) Nghiệm $(X_l, Y_l, Z_l, \gamma_l^*)$ của bài toán tối ưu 2 trong Định lý 1 tại thời điểm trích mẫu $l \in N$ cũng nằm trong miền ràng buộc của bài toán tối ưu 2 trong Định lý 1 tại thời điểm trích mẫu $(l+1)$.

Chứng minh.

Theo (14) ta có được quan hệ giữa 2 hàm dạng toàn phương như sau:

$$\begin{aligned} & z(l+1|l)^T P_l z(l+1|l) - z(l|l)^T P_l z(l|l) \leq z(l|l)^T [-Q_l - L_l^T R_l L_l] z(l|l) \\ & \leq -\left(z(l|l)^T Q_l z(l|l) + \nu(l|l)^T R_l \nu(l|l)\right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Rightarrow z(l+1|l+1)^T P_l z(l+1|l+1) \leq \gamma_l^* \quad (21)$$

Ràng buộc của tín hiệu điều khiển được thể hiện như sau:

$$\|v(l+1|l+1)\|^2 = \|v(l+1|l)\|^2 = \|L_l z(l+1|l)\|^2 \leq \gamma_{\max} \|Y_l X_l^{-1} Y_l^T\| \leq (\gamma_{\max})^2 \quad (22)$$

Nghiệm (X_l, Y_l, γ_l^*) của bài toán tối ưu 2 trong định lý 1 tại thời điểm trích mẫu $l \in N$ sẽ thỏa mãn:

$$(1+\psi)(A_l + B_l L_l)^T P_l (A_l + B_l L_l) + (1+\psi^{-1})H_l - P_l + Q_l + L_l^T R_l L_l \leq 0 \quad (23)$$

Kết hợp với Giả thiết 4 ta có:

$$(1+\psi)(A_{l+1} + B_{l+1} L_l)^T P_l (A_{l+1} + B_{l+1} L_l) + (1+\psi^{-1})H_{l+1} - P_l + (Q_l - \rho I) + L_l^T R_l L_l \leq 0$$

Vì vậy, (X_l, Y_l, γ_l^*) thỏa mãn ràng buộc sau:

$$\begin{aligned} z(l+1|l+1)^T P_l \bar{x}(l+1|l+1) &\leq \gamma_l^*; \\ \|v(l+1)\| &\leq \gamma_{\max}; \\ \gamma_l^* &\leq \gamma_{\max}; \\ (1+\psi)(A_{l+1} + B_{l+1} L_l)^T P_l (A_{l+1} + B_{l+1} L_l) &+ (1+\psi^{-1})H_{l+1} - P_l + \bar{Q}_l + L_l^T R_l L_l \leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Với $\bar{Q}_l = Q_l - \rho I > 0$. Do đó, nghiệm (X_l, Y_l, γ_l^*) tại thời điểm trích mẫu l sẽ nằm trong miền ràng buộc Ω_{l+1} của bài toán tối ưu 2 tại thời điểm trích mẫu $l+1$ với $Q_{l+1} = \bar{Q}_l, P_{l+1} = P_l$ như sau $(X_l, Y_l, \gamma_l^*) \in \Omega_{l+1}$.

Bổ đề 4. (Tính ổn định của DK dự báo) Giả sử tồn tại nghiệm của bài toán tối ưu 2 trong Định lý 1 tại thời điểm ban đầu $l=0$ thì hệ kín thu được từ hệ chuẩn (4) dưới tác động của bộ điều khiển dự báo trong định lý 1 sẽ ổn định tiệm cận.

Có thể thấy rằng, tồn tại 1 giá trị $\rho > 0$ đủ nhỏ để $(Q_l - \rho I)$ và $(R_l - \rho I)$ là xác định dương, dẫn đến $V(l+1) - V(l) \leq -\rho(\|z(l)\|^2 + \|v(l)\|^2)$. Do vậy:

$$V(0) - V(\infty) \geq -\rho \left(\sum_{j=0}^{j=\infty} (\|z(j)\|^2 + \|v(j)\|^2) \right). \text{ Điều này dẫn đến biến trạng thái } z(l) (l \in N) \text{ và}$$

tín hiệu điều khiển dự báo $v(l) (l \in N)$ sẽ hội tụ đến 0.

2.2. Phát triển Điều khiển dự báo kiểu Min-Max cho hệ không liên tục có nhiễu

Bộ điều khiển dự báo cho hệ chuẩn (4) như ở mục trên sẽ được phát triển cho hệ có nhiễu bằng cách bổ sung thêm một thành phần có tính đến nhiễu như sau:

Định lý 2. Xét hệ không liên tục có nhiễu (1) được điều khiển bởi bộ điều khiển dự báo suy biến có kế thừa từ định lý 1 như sau: $u(l) = v(l) + L_l^*(x(l) - z(l))$ với $v(l)$ thu được từ bài toán tối ưu 2 trong định lý 1 và L_l^* thu được từ giả thiết 3. Khi đó sai lệch trạng thái $e(l) = x(l) - z(l)$ giữa quỹ đạo trạng thái của hệ chuẩn và hệ thực dưới tác động của những bộ điều khiển dự báo tương ứng sẽ hội tụ đến miền hấp dẫn như sau:

$$\Omega = \left\{ e(j) \in \mathfrak{R}^n : \|e(j)\| \leq \frac{L'}{\lambda_1} \right\} \text{ và đó cũng là miền hấp dẫn của quỹ đạo trạng thái của hệ (1)}$$

dưới tác động của bộ điều khiển dự báo suy biến nói trên.

Chứng minh: Ta có $u(l) - v(l) = L_l^*(x(l) - z(l)) = L_l^*e(l)$ (25)

Kết hợp với (6), ta dẫn đến

$$\|\Delta\| \leq (p + q \|L_l^*\|) \|e(l)\| = m_l \|e_l\| \quad (26)$$

Từ (5) dẫn đến

$$e(l+1) = A_l e(l) + B_l L_l^* e(l) + \Delta + w(l) = (A_l + B_l L_l^*) e(l) + \Delta + w(l) \quad (27)$$

Sử dụng hàm ứng viên Lyapunov $U(l) = e(l)^T P_l^* e(l)$ có được:

$$U(l+1) - U(l) = e_{l+1}^T P_l^* X e_{l+1} - e(l)^T P_l^* e(l); \quad (28)$$

$$e_{l+1} = [(A_l + B_l L_l^*) e(l) + \Delta + w(l)]$$

Dẫn đến:

$$U(l+1) - U(l) = e(l)^T \left[(A_l + B_l L_l^*)^T P_l^* (A_l + B_l L_l^*) - P_l^* \right] e(l) \quad (29)$$

$$+ 2e(l)^T (A_l + B_l L_l^*)^T P_l^* (\Delta + w(l)) + \Delta^T P_l^* \Delta + 2\Delta^T P_l^* w(l) + w(l)^T P_l^* w(l)$$

và $U(l+1) - U(l) = -e(l)^T Q_l^* e(l) + 2e(l)^T (A_l + B_l L_l^*)^T P_l^* \Delta + 2e(l)^T (A_l + B_l L_l^*)^T P_l^* w(l)$
 $+ \Delta^T P_l^* \Delta + 2\Delta^T P_l^* w(l) + w(l)^T P_l^* w(l)$

Từ đó thu được

$$U(l+1) - U(l) \leq -\lambda_{\min}(Q_l^*) \|e(l)\|^2 + 2m_l \omega_l \|P_l^*\| \|e(l)\|^2 + 2\omega_l \|P_l^*\| \|e(l)\| L' \quad (30)$$

$$+ m_l^2 \|P_l^*\| \|e(l)\|^2 + 2m_l \|P_l^*\| \|e(l)\| L + \|P_l^*\| L^2$$

Ước lượng (30) có thể được viết lại như sau:

$$U(l+1) - U(l) \leq \lambda_{\max}(P^*) \mathbf{R} \quad (31)$$

Với $\mathbf{R} = \left(-\frac{\lambda_{\min}(Q_l^*)}{\lambda_{\max}(P_l^*)} + 2m_l \omega_l + m_l^2 \right) \|e(l)\|^2 + 2(\omega_l + m_l) \|e(l)\| L' + L^2$ (32)

Do vậy, $U(l+1) - U(l) \leq \lambda_{\max}(P_l^*) \left\{ ((\omega_l + m_l) \|e(l)\| + L')^2 - \left(\frac{\lambda_{\min}(Q_l^*)}{\lambda_{\max}(P_l^*)} + \omega_l^2 \right) \|e(l)\|^2 \right\}$ (33)

Sử dụng giả thiết 3, ta thu được miền hấp dẫn như sau;

$$\Omega = \left\{ e(j) \in \mathfrak{R}^n : \|e(j)\| \leq \frac{L'}{\lambda_1} \right\}$$

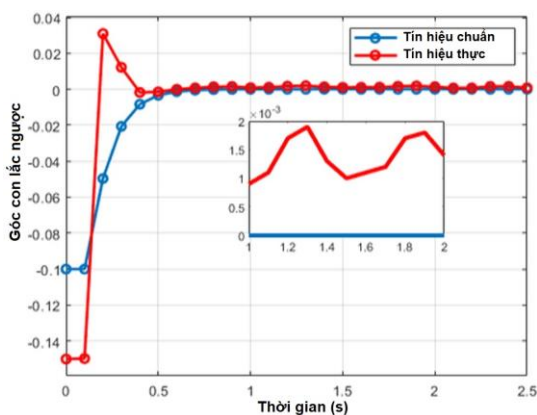
3. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Để kiểm chứng chất lượng của bộ điều khiển dự báo được đề xuất, hệ con lắc ngược đã được đưa ra xem xét với mô hình như sau [3, 4]

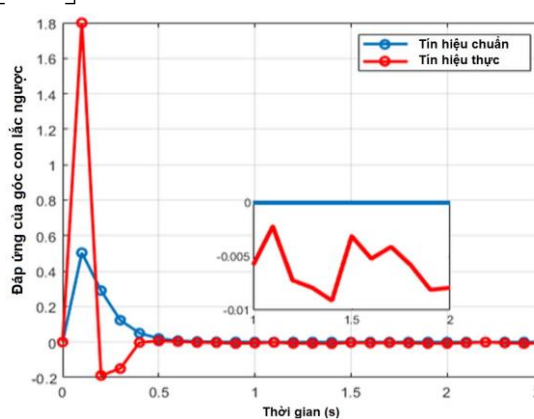
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + w_1; \\ \dot{x}_2 = f(X) + g(X)F \end{cases} \quad (34)$$

ở đây,
$$\begin{cases} f(X) = \frac{(M+m)g \sin x_1 - mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{\delta} + w_2; \\ g(X) = \frac{\cos x_1}{\delta}; \\ \delta = l[M + (1 - \cos^2(x_1))m], X = [x_1, x_2]^T \end{cases}$$
 và $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}$ được ký hiệu tương

ứng là góc và tốc độ góc. F là tín hiệu điều khiển được xem như là Lực tác động. Ngoài ra, khối lượng xe và con lắc lần lượt là $M = 1(kg), m = 0.1(kg)$, chiều dài con lắc là $l = 0.5 (m)$, biến trạng thái ban đầu của con lắc là $X_0 = [-0.15 \ 0]^T$ và $F_{\max} = 12(N), \gamma_{\max} = 100, \psi = 3, w_{1,2} = 0.1rand(2,1)$. Ma trận trọng số của hàm mục tiêu (10) trong bài toán tối ưu 1 được lựa chọn như sau: $Q_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, R_l = 1.5$

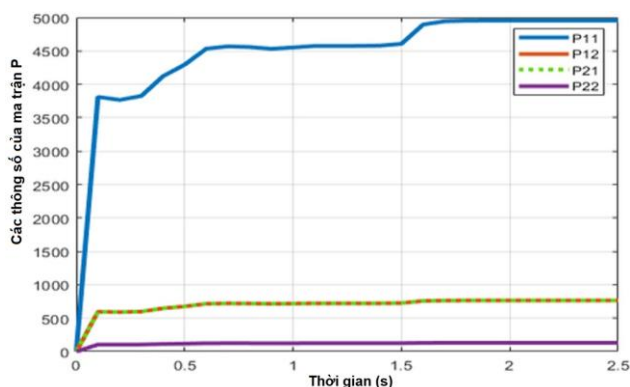


Hình 1. Đáp ứng góc của hệ thực và hệ chuẩn.

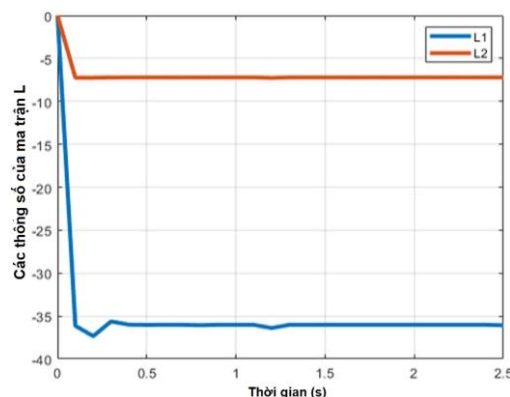


Hình 2. Đáp ứng tốc độ góc của hệ thực và hệ chuẩn.

Các hình 1- 4 giúp kiểm chứng thuật toán điều khiển được đề xuất. Có thể thấy, vì xem xét tính ổn định khi thực hiện bộ đk dự báo nên hiệu quả bám cũng như cân bằng được thể hiện ở hình 1, 2. Ngoài ra, đáp ứng của các ma trận của bộ điều khiển tối ưu thể hiện qua ma trận L và ma trận P như mô tả ở hình 3, 4.



Hình 3. Đáp ứng các thông số của ma trận P .



Hình 4. Đáp ứng hệ số của ma trận L trong điều khiển con lắc ngược.

4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, kỹ thuật điều khiển dự báo đã được triển khai cho hệ phi tuyến không liên tục có nhiễu và một ví dụ áp dụng được tiến hành cho con lắc ngược thông qua mô phỏng. Thuật toán điều khiển dự báo được thực hiện sau khi tuyến tính hóa mô hình với bài toán tối ưu được đề xuất dựa trên miền ràng buộc phù hợp có tính đến ràng buộc tín hiệu điều khiển và dạng toàn phương chẵn trên của hàm mục tiêu khi có tính đến sai lệch giữa mô hình chuẩn bỏ qua nhiễu và dạng tuyến tính hóa của nó. Điều này giúp đảm bảo tính ổn định của bộ điều khiển dự báo thông qua cả về lý thuyết lẫn mô phỏng. Hướng phát triển của bài báo là triển khai thuật toán MPC đề xuất trên hệ thống thực.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hu, X., Wei, X., Zhang, H., Han, J., Liu, X. "Robust adaptive tracking control for a class of mechanical systems with unknown disturbances under actuator saturation," International Journal of Robust and Nonlinear Control 29, 1893–1908, (2019).
- [2]. Boyd, S., Boyd, S.P., Vandenberghe, L., "Convex optimizations," Cambridge university press.
- [3]. Irfan, S., Mehmood, A., Razzaq, M.T., Iqbal, J., 2018. "Advanced sliding mode control techniques for inverted pendulum: Modelling and simulation," International Journal of Engineering science and technology, 21, 753–759, (2004).
- [4]. Su, X., Xia, F., Liu, J., Wu, L., "Event-triggered fuzzy control of nonlinear systems with its application to inverted pendulum systems," Automatica 94, 236–248, (2018).
- [5]. Baocang Ding, Hongguang Pan, "Output feedback robust MPC with one free control move for the linear polytopic uncertain system with bounded disturbance," Automatica, Vol. 50, pp. 2929-2935, (2014).
- [6]. Zhongqi Sun, Li Dai, Kun Liu, Yuanqing Xia, Karl Henrik Johansson, "Robust MPC for tracking constrained unicycle robots with additive disturbances," Automatica, Volume. 90, pp. 172-184, 2018.
- [7]. Long, Y., & Xie, L. "Unconstrained tracking MPC for continuous-time nonlinear systems," Automatica, 129, 109680, (2021).
- [8]. Zhang, K., Sun, Q., & Shi, Y. "Trajectory tracking control of autonomous ground vehicles using adaptive learning MPC," IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, (2021).
- [9]. Kang, Yu, Tao Wang, Pengfei Li, Zhenyi Xu, and Yun-Bo Zhao. "Compound Event-Triggered Distributed MPC for Coupled Nonlinear Systems," IEEE Transactions on Cybernetics (2022).
- [10]. Gritli, H. "Robust master-slave synchronization of chaos in a one-sided 1-dof impact mechanical oscillator subject to parametric uncertainties and disturbances," Mechanism and Machine Theory 142, 103610 (2019).

ABSTRACT

Model predictive control scheme for an inverted pendulum with disturbance

The development of model predictive control (MPC) is difficult to establish predictive model under the influence of external disturbance. Moreover, the changing of optimization solutions after each computation step implies the stability effectiveness of the closed system is hard to satisfy although it can be guaranteed in each optimization problem at time instant. This paper presents a control design involving a MPC approach for the nominal discrete time system after eliminating external disturbance and the addition of handling external disturbance. In order to study the stability of MPC strategy, the optimization problem is established at each time instant satisfying linear matrix inequalities (LMIs) to achieve the comparison between Lyapunov function candidates at the consecutive sampling times. Simulation studies for a perturbed Inverted Pendulum (IP) are implemented to demonstrate the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords: Perturbed Inverted Pendulum (IP); Model predictive control (MPC); Linear matrix inequalities (LMIs); Optimization; Stability.