

Ứng dụng bộ lọc Kalman phi tuyến kết hợp con quay đo tốc độ góc với gia tốc kế và từ kế xác định tham số định hướng cho thiết bị mang ở thời điểm phóng thiết bị bay

Hoàng Văn Long¹, Trần Đức Thuận², Nguyễn Quang Vinh^{1*}

¹Viện Khoa học và Công nghệ quân sự;

²Đại học Công nghệ Đông Á.

*Email: vinhquang2808@gmail.com

Nhận bài: 09/8/2023; Hoàn thiện: 18/9/2023; Chấp nhận đăng: 10/10/2023; Xuất bản: 25/10/2023.

DOI: <https://doi.org/10.54939/1859-1043.j.mst.90.2023.45-54>

TÓM TẮT

Bài báo trình bày phương pháp ứng dụng bộ lọc Kalman phi tuyến mở rộng nhằm kết hợp các thông tin đo được từ con quay tốc độ góc với từ kế và gia tốc kế để ước lượng các tham số Rodrig-Haminton. Từ đó, xác định ma trận cosin chỉ phương và tính toán góc định hướng giữa hệ tọa độ gắn liền thiết bị mang với hệ tọa độ dẫn đường. Ngoài ra, kết hợp phương tiện đo bằng bộ lọc Kalman phi tuyến thì độ chính xác của các tham số dẫn đường được nâng cao vì khắc phục được yếu tố trôi của con quay vi cơ và nhiễu đo của phương tiện đo.

Từ khóa: Con quay tốc độ góc; Gia tốc kế; Từ kế.

1. MỞ ĐẦU

Để điều khiển một thiết bị chuyển động gặp một mục tiêu nào đó, trên tàu mang chuyển động trên biển này có trang bị thiết bị dẫn đường quán tính có đế. Tuy nhiên, thiết bị dẫn đường quán tính có đế chỉ gắn với một hệ tọa độ cơ sở của nó trong không gian quán tính (phụ thuộc vào thời điểm mở chốt các con quay trong thiết bị dẫn đường quán tính có đế). Mặt khác, bài toán điều khiển được xây dựng trên cơ sở hệ tọa độ cơ sở gắn liền với một địa điểm nào đó trên mặt đất (ví dụ nơi đặt trạm ra đa, nơi đặt trạm quan sát quang học,...). Vì vậy, cần phải xác định quan hệ tương quan giữa hệ tọa độ cơ sở mặt đất với hệ tọa độ của thiết bị mang vật bay có trong đó thiết bị dẫn đường quán tính (tàu thủy mang thiết bị bay, máy bay mang thiết bị bay). Vấn đề này còn mới ở Việt Nam, và còn ít được công bố, một vài bài báo đề cập đến vấn đề này nhưng là gắn trên hệ tọa độ liên kết của thiết bị bay [1]. Nhóm tác giả đề xuất giải pháp đặt con quay vi cơ đo tốc độ góc, gia tốc kế đo gia tốc biểu kiến và từ kế trên thiết bị mang kết hợp các thuật toán để giải quyết bài toán vừa nêu trên.

2. MÔ HÌNH LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

2.1. Ma trận cosin chỉ phương và các góc định hướng

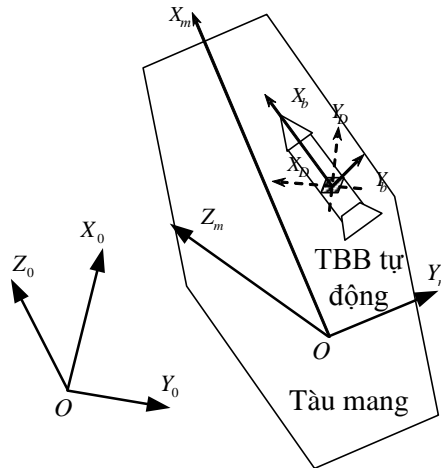
Giả sử thiết bị mang với hệ tọa độ liên kết $OX_m Y_m Z_m$ được xét trong hệ tọa độ dẫn đường $OX_0 Y_0 Z_0$. Các góc mô tả quan hệ giữa hai hệ tọa độ này được gọi là góc định hướng, gồm góc hướng ψ , góc chúc ngóc ϑ , góc Cren γ . Từ các góc định hướng ψ, ϑ, γ xác định ma trận cosin chỉ phương giữa hai hệ tọa độ như sau [1]:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = C^T; \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos\psi \cos\vartheta, a_{12} = \sin\vartheta, a_{13} = -\sin\psi \cos\vartheta, a_{21} = -\cos\psi \sin\vartheta \cos\gamma + \sin\psi \sin\gamma, \\ a_{22} &= \cos\vartheta \cos\gamma, a_{23} = \sin\psi \sin\vartheta \cos\gamma + \cos\psi \sin\gamma, a_{31} = \cos\psi \sin\vartheta \sin\gamma + \sin\psi \cos\gamma \\ a_{32} &= -\cos\vartheta \sin\gamma, a_{33} = -\sin\psi \sin\vartheta \sin\gamma + \cos\psi \cos\gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

Ma trận cosin chỉ phương A cho phép chuyển đổi tọa độ hoặc véc tơ từ hệ tọa độ $OX_0Y_0Z_0$ sang $OX_mY_mZ_m$ và ngược lại, tức là nếu biết véc tơ $X_0 = (x_0, y_0, z_0)$ trong hệ tọa độ $OX_0Y_0Z_0$ thì véc tơ đó trong hệ tọa độ $OX_mY_mZ_m$ sẽ là $X = AX_0$ và ngược lại $X_0 = A^{-1}X = CX$ (hình 1).



Hình 1. Quan hệ giữa các hệ tọa độ.

Ta ký hiệu các hệ tọa độ sau $OX_DY_DZ_D$: Hệ tọa độ đế; $OX_bY_bZ_b$: Hệ tọa gắn liền với vật thể chuyển động; $OX_mY_mZ_m$: Hệ tọa độ gắn liền với phương tiện mang; $OX_0Y_0Z_0$: Hệ tọa độ địa lý; OZ_D, OZ_b vuông góc với mặt phẳng trang giấy nên không thể hiện trên hình vẽ.

Nếu bằng cách nào đó nhận được giá trị các phần tử a_{ij} ($i=1,2,3; j=1,2,3$) của ma trận A, từ các biểu thức (2) dễ dàng nhận thấy các góc ϑ, ψ, γ được xác định như sau:

$$\gamma = \arctg(-a_{32} / a_{22}); \quad \vartheta = \arcsin(a_{12}); \quad \psi = \arctg(-a_{13} / a_{11}) \quad (3)$$

Việc xác định các góc ϑ, ψ, γ hoặc các phần tử a_{ij} (hay c_{ij}) chính là lời giải của bài toán định hướng. Toán học đã chứng minh nếu bằng cách nào đó đo được tốc độ quay của hệ tọa độ liên kết so với hệ tọa độ dẫn đường (hình 1) thì có thể xác định được các tham số định hướng nêu trên. Hiện nay, có hai phương pháp cơ bản xác định ma trận A trên cơ sở thông tin về tốc độ góc $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ đó là phương pháp dùng 4 số Rodrig-Haminton và phương pháp giải trực tiếp 9 phương trình vi phân mô tả quan hệ các phần tử c_{ij} của ma trận C. Trong bài báo này sử dụng phương pháp dùng các tham số Rodrig-Haminton q_0, q_1, q_2, q_3 , khi đó, ma trận A được xác định như sau [3]:

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} 2q_0^2 + 2q_1^2 - 1 & 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & 2q_0^2 + 2q_2^2 - 1 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 + 2q_0q_2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 & 2q_0^2 + 2q_3^2 - 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

trong đó, các tham số q_0, q_1, q_2, q_3 được xác định bằng cách giải hệ phương trình vi phân sau:

$$\begin{aligned} 2\dot{q}_0 &= -\omega_x q_1 - \omega_y q_2 - \omega_z q_3, & 2\dot{q}_1 &= \omega_x q_0 + \omega_z q_2 - \omega_y q_3, \\ 2\dot{q}_2 &= \omega_y q_0 - \omega_z q_1 + \omega_x q_3, & 2\dot{q}_3 &= \omega_z q_0 + \omega_y q_1 - \omega_x q_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Từ hệ phương trình (5) cho thấy, nếu có các điều kiện ban đầu $q_i(0)$ ($i=0,1,2,3$) và có thông tin $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ dễ dàng xác định được các tham số q_0, q_1, q_2, q_3 . Song trong thực tế các tốc độ góc do con quay cung cấp thường có dạng sau:

$$\omega_x^n = \omega_x + b_1 + w_x; \omega_y^n = \omega_y + b_2 + w_y; \omega_z^n = \omega_z + b_3 + w_z \quad (6)$$

trong đó, $\omega_x^n, \omega_y^n, \omega_z^n$ là chỉ số các con quay; b_1, b_2, b_3 là các tham số biến đổi chậm thể hiện độ trôi của con quay; w_x, w_y, w_z là các nhiễu đo thường là nhiễu trắng. Như vậy, nếu dùng thông tin của các con quay đưa vào phương trình (5) để giải chúng sẽ nhận được các tham số q_0, q_1, q_2, q_3 không đúng với thực tế. Khắc phục hiện tượng này bài báo đề xuất giải pháp dùng bộ lọc Kalman phi tuyến mở rộng với quan sát là các giá trị đo gia tốc kế, từ kế và con quay vi cơ đo tốc độ góc cung cấp để xác định các tham số q_0, q_1, q_2, q_3 trong các phần tử a_{ij} của ma trận A.

2.2. Ứng dụng bộ lọc kalman phi tuyến và thuật toán xác định tham số định hướng cho hệ dẫn đường quán tính có đế của vật thể chuyển động

Bộ lọc Kalman là một công cụ toán học giúp cho việc đánh giá véc tơ trạng thái hệ động học trên cơ sở thông tin quan sát véc tơ tín hiệu đầu ra. Giả sử quá trình chuyển động của phương tiện được mô tả bởi hệ phương trình động học rời rạc sau:

$$\begin{aligned} X_k &= F_{k-1}(X_{k-1}) + \omega_k; \\ Z_k &= h(X_k) + v_k \end{aligned} \quad (7)$$

trong đó, X_k, X_{k-1} là trạng thái của véc tơ trạng thái X (véc tơ n chiều) ở bước thứ k và bước thứ k-1; Z_k là giá trị của véc tơ đầu ra (véc tơ m chiều, thường $m \leq n$); ω_k, v_k là véc tơ nhiễu động lực và nhiễu đo có dạng nhiễu trắng với kỳ vọng toán học bằng 0: $\omega_k \sim N(0, Q_k); v_k \sim N(0, R_k)$; F_{k-1} là véc tơ hàm số F ở bước thứ k-1:

$$F = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T \quad (8)$$

trong đó, f_1, f_2, \dots, f_n là các hàm phi tuyến với biến số là véc tơ X; h_k là véc tơ hàm số h ở bước thứ k:

$$h = (h_1, h_2, \dots, h_m)^T \quad (9)$$

Ma trận hiệp phương sai của véc tơ sai số đánh giá trạng thái véc tơ X như sau:

$$P_k = \varepsilon([X_k - \hat{X}_k][X_k - \hat{X}_k]^T), \text{ trong đó, } \varepsilon \text{ là kỳ vọng toán học.}$$

Thủ tục của thuật toán đánh giá trạng thái X trên cơ sở véc tơ quan sát (đo được) Z theo Kalman như sau:

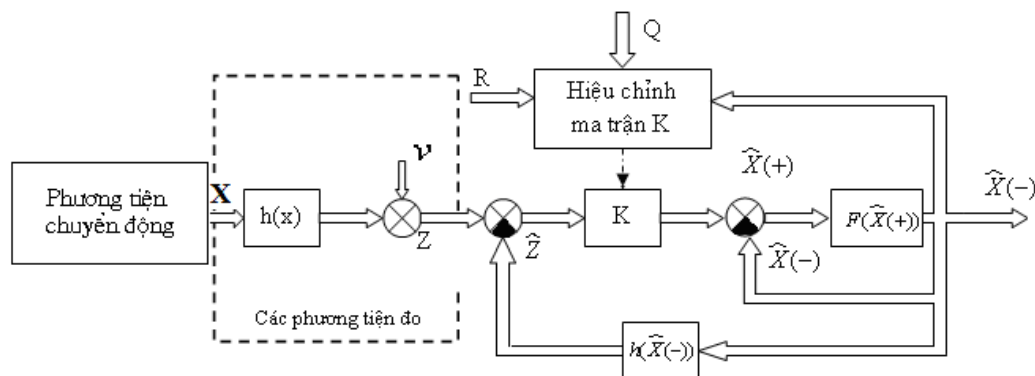
$$\begin{aligned} \hat{X}_k(-) &= F_{k-1}(\hat{X}_{k-1}(+)), \Phi_{k-1} = \partial F_{k-1} / \partial X \Big|_{X=\hat{X}_{k-1}(+)}, \hat{Z}_k = h_k(\hat{X}_k(-)), H_k = \partial h_k / \partial X \Big|_{X=\hat{X}_k(-)} \\ P_k(-) &= \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}, K_k = P_k(-) H_k^T (H_k P_k(-) H_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{X}_k(+) &= \hat{X}_k(-) + K_k (Z_k - \hat{Z}_k), P_k(+) = (I - K_k H_k) P_k(-) \end{aligned} \quad (10)$$

ở đây, I là ma trận đơn vị. Để tiến hành lọc Kalman cần xây dựng được hàm $F(X)$ mô tả mô hình động học của phương tiện chuyển động, xây dựng hàm $h(X)$ mô tả quan hệ giữa véc tơ trạng thái và các đại lượng của các phương tiện đo, xác định đặc trưng thống kê của nhiễu động học và nhiễu phương tiện đo, tức là xác định 2 ma trận Q, R (hình 2).

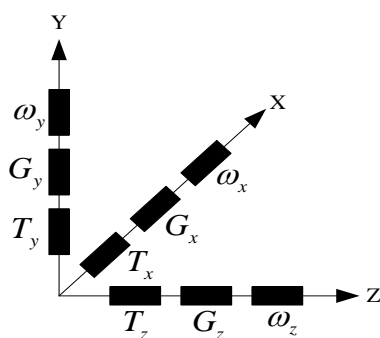
Đối với thiết bị dẫn đường quán tính thường gặp, việc xác định các tham số q_i trong các phần tử a_{ij} của ma trận A được thực hiện nhờ việc giải hệ phương trình vi phân (5) trên cơ sở thông tin đo được từ các con quay tốc độ góc $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. Tuy nhiên, kết quả có sai số lớn khi có yếu tố trôi b_1, b_2, b_3 . Trong bài báo này, nhóm tác giả đề xuất phương pháp ước lượng các tham số

q_0, q_1, q_2, q_3 trên cơ sở dùng bộ lọc Kalman với thông tin đầu ra từ các từ kế và gia tốc kế gắn trên phương tiện mang. Giả sử phương tiện mang gắn 3 gia tốc kế và 3 từ kế theo trục OX, OY, OZ của hệ tọa độ liên kết (hình 3).

Giả thiết trong vùng hoạt động của phương tiện chuyển động, véc tơ cường độ từ trường trái đất và véc tơ gia tốc trọng trường có phương và giá trị không đổi.



Hình 2. Bộ lọc Kalman phi tuyến mở rộng.



Hình 3. Sơ đồ bố trí con quay vi cơ đo tốc độ góc, gia tốc kế và từ kế.

T_x, T_y, T_z : Các từ kế; G_x, G_y, G_z : Các gia tốc kế; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$: Các con quay vi cơ.

Chiếu hai véc tơ đó xuống hệ tọa độ dẫn đường có được các thành phần như sau: $B_{x0}, B_{y0}, B_{z0}, g_{x0}, g_{y0}, g_{z0}$. Các thành phần này có thể được xác định bằng cách đọc các từ kế và gia tốc kế khi làm cho hệ tọa độ liên kết trùng với hệ tọa độ dẫn đường và cho phương tiện bất động. Khi phương tiện chuyển động, các từ kế sẽ cho các giá trị (B_x, B_y, B_z) và chính là hình chiếu của véc tơ cường độ từ trường Trái Đất khi chiếu xuống các trục của hệ tọa độ liên kết. Do vậy, có $(B_x, B_y, B_z)^T = A(B_{x0}, B_{y0}, B_{z0})^T$. Như chúng ta đã biết: gia tốc kế không đo gia tốc chuyển động mà cho chỉ số của gia tốc cảm nhận (gia tốc biểu kiến), tức là:

$$a_x = U_x - g_x, a_y = U_y - g_y, a_z = U_z - g_z$$

Trong đó, U_x, U_y, U_z là hình chiếu gia tốc tuyệt đối của phương tiện chuyển động xuống các trục của hệ tọa độ liên kết, còn g_x, g_y, g_z hình chiếu của véc tơ gia tốc trọng trường xuống các trục tương ứng của hệ tọa độ liên kết. Dễ dàng nhận thấy, nếu phương tiện chuyển động đều hoặc gần đều thì $U_x = 0, U_y = 0, U_z = 0$, khi đó, các gia tốc kế lý tưởng sẽ cho các chỉ số $(g_x, g_y, g_z)^T = A(-g_{x0}, -g_{y0}, -g_{z0})^T$. Từ phân tích trên có:

$$B = (B_x \ B_y \ B_z)^T = A(B_{x0} \ B_{y0} \ B_{z0})^T, \quad G = (g_x \ g_y \ g_z)^T = A(-g_{x0} - g_{y0} - g_{z0})^T \quad (11)$$

Để tiến hành xây dựng bài toán lọc Kalman, việc đầu tiên cần xây dựng véc tơ trạng thái X. Đặt các biến của véc tơ trạng thái X như sau:

$$x_1 = q_0; \quad x_2 = q_1; \quad x_3 = q_2; \quad x_4 = q_3; \quad x_5 = b_1; \quad x_6 = b_2; \quad x_7 = b_3 \quad (12)$$

Tiếp theo cần thực hiện bước (a) trong quy trình xây dựng bài toán lọc Kalman, tức là xây dựng các hàm $(f_1, f_2, f_3, \dots, f_7)$.

Với cách đặt biến như trong các biểu thức (12) và từ 3 phương trình ở (6) có:

$$\omega_x = \omega_x^n - x_5 - w_x; \quad \omega_y = \omega_y^n - x_6 - w_y; \quad \omega_z = \omega_z^n - x_7 - w_z \quad (13)$$

Với cách đặt biến trong các biểu thức (12) và từ (13) hệ phương trình (5) sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} 2 \dot{x}_1 &= -\omega_x x_2 - \omega_y x_3 - \omega_z x_4 = -(\omega_x^n - x_5 - w_x)x_2 - (\omega_y^n - x_6 - w_y)x_3 - (\omega_z^n - x_7 - w_z)x_4 \\ &= -\omega_x^n x_2 + x_2 x_5 - \omega_y^n x_3 + x_3 x_6 - \omega_z^n x_4 + x_4 x_7 + (x_2 w_x + x_3 w_y + x_4 w_z) \\ &= f_1^*(X) + g_{11}^* w_x + g_{12}^* w_y + g_{13}^* w_z \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} 2 \dot{x}_2 &= \omega_x x_1 + \omega_z x_3 - \omega_y x_4 = (\omega_x^n - x_5 - w_x)x_1 + (\omega_z^n - x_7 - w_z)x_3 - (\omega_y^n - x_6 - w_y)x_4 \\ &= \omega_x^n x_1 - x_5 x_1 + \omega_z^n x_3 - x_7 x_3 - \omega_y^n x_4 + x_6 x_4 + (-x_1 w_x + x_4 w_y - x_3 w_z) \\ &= f_2^*(X) + g_{21}^* w_x + g_{22}^* w_y + g_{23}^* w_z \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} 2 \dot{x}_3 &= \omega_y x_1 - \omega_z x_2 + \omega_x x_4 = (\omega_y^n - x_6 - w_y)x_1 - (\omega_z^n - x_7 - w_z)x_2 + (\omega_x^n - x_5 - w_x)x_4 \\ &= \omega_y^n x_1 - x_6 x_1 - \omega_z^n x_2 + x_7 x_2 + \omega_x^n x_4 - x_5 x_4 + (-x_4 w_x - x_1 w_y + x_2 w_z) \\ &= f_3^*(X) + g_{31}^* w_x + g_{32}^* w_y + g_{33}^* w_z \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} 2 \dot{x}_4 &= \omega_z x_1 + \omega_y x_2 - \omega_x x_3 = (\omega_z^n - x_7 - w_z)x_1 + (\omega_y^n - x_6 - w_y)x_2 - (\omega_x^n - x_5 - w_x)x_3 \\ &= \omega_z^n x_1 - x_7 x_1 + \omega_y^n x_2 - x_6 x_2 - \omega_x^n x_3 + x_5 x_3 + (x_3 w_x - x_2 w_y - x_1 w_z) \end{aligned} \quad (17)$$

Ứng dụng phương pháp toán Ôle có lời giải số (rời rạc) các phương trình vi phân (14), (15), (16), (17) với bước tính T sẽ có dạng như sau:

$$x_i(k) = x_i(k-1) + \frac{T}{2} f_i^*(X(k-1)) + \frac{T}{2} [g_{i1}^* \ g_{i2}^* \ g_{i3}^*] [w_x \ w_y \ w_z]^T, \quad i=1,2,3,4 \quad (18)$$

Vì các tham số b_1, b_2, b_3, b_4 biến đổi chậm nên có thể:

$$x_5(k) = x_5(k-1), \quad x_6(k) = x_6(k-1), \quad x_7(k) = x_7(k-1) \quad (19)$$

Bốn phương trình dạng (18) và ba phương trình dạng (19) dễ dàng cho ta thấy các hàm $f_i(X), i=1,2,3,4,5,6,7$ khi thực hiện mục (a) của thủ tục xây dựng bộ lọc Kalman sẽ là:

$$f_i(X(k)) = x_i(k-1) + \frac{T}{2} f_i^*(X(k-1)), \quad i=1,2,3,4; \quad f_i(X(k)) = x_i(k-1), \quad i=5,6,7 \quad (20)$$

Các tham số tham chiếu ở đây chính là các thành phần của véc tơ gia tốc trọng trường chiếu xuống các trục của hệ tọa độ liên kết được đo bởi các gia tốc kế, các thành phần của véc tơ từ trường chiếu xuống các trục của hệ tọa độ liên kết được đo bởi các từ kế. Từ (11) có thể nhận được hệ 6 phương trình quan sát của véc tơ quan sát $Z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6)^T$.

Véc tơ gia tốc trọng trường chiếu lên 3 trục hệ tọa độ liên kết theo phương trình (11) sẽ có giá trị:

$$\begin{aligned}
 z_1(k) &= h_1(X(k)) = a_{11}g_{x0} + a_{12}g_{y0} + a_{13}g_{z0} \\
 &= (2q_0^2 + 2q_1^2 - 1)g_{x0} + (2q_1q_2 + 2q_0q_3)g_{y0} + (2q_1q_3 - 2q_0q_2)g_{z0} \\
 &= (2x_1^2(k) + 2x_2^2(k) - 1)g_{x0} + (2x_2(k)x_3(k) + 2x_1(k)x_4(k))g_{y0} + (2x_2(k)x_4(k) - 2x_1(k)x_3(k))g_{z0} \\
 z_2(k) &= h_2(X(k)) = a_{21}g_{x0} + a_{22}g_{y0} + a_{23}g_{z0} \\
 &= (2q_1q_2 - 2q_0q_3)g_{x0} + (2q_0^2 + 2q_2^2 - 1)g_{y0} + (2q_2q_3 + 2q_0q_1)g_{z0} \\
 &= (2x_2(k)x_3(k) - 2x_1(k)x_4(k))g_{x0} + (2x_1^2(k) + 2x_3^2(k) - 1)g_{y0} + (2x_3(k)x_4(k) + 2x_1(k)x_3(k))g_{z0} \\
 z_3(k) &= h_3(X(k)) = a_{31}g_{x0} + a_{32}g_{y0} + a_{33}g_{z0} \\
 &= (2q_1q_3 + 2q_0q_2)g_{x0} + (2q_2q_3 - 2q_0q_1)g_{y0} + (2q_0^2 + 2q_3^2 - 1)g_{z0} \\
 &= (2x_2(k)x_4(k) + 2x_1(k)x_3(k))g_{x0} + (2x_3(k)x_4(k) - 2x_1(k)x_2(k))g_{y0} + (2x_1^2(k) + 2x_4^2(k) - 1)g_{z0}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Véc tơ từ trường chiếu lên 3 trục hệ tọa độ liên kết theo phương trình (11) sẽ có giá trị:

$$\begin{aligned}
 z_4(k) &= h_4(X(k)) = a_{11}B_{x0} + a_{12}B_{y0} + a_{13}B_{z0} \\
 &= (2q_0^2 + 2q_1^2 - 1)B_{x0} + (2q_1q_2 + 2q_0q_3)B_{y0} + (2q_1q_3 - 2q_0q_2)B_{z0} \\
 &= (2x_1^2(k) + 2x_2^2(k) - 1)B_{x0} + (2x_2(k)x_3(k) + 2x_1(k)x_4(k))B_{y0} + (2x_2(k)x_4(k) - 2x_1(k)x_3(k))B_{z0}
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 z_5(k) &= h_5(X(k)) = a_{21}B_{x0} + a_{22}B_{y0} + a_{23}B_{z0} \\
 &= (2q_1q_2 - 2q_0q_3)B_{x0} + (2q_0^2 + 2q_2^2 - 1)B_{y0} + (2q_2q_3 + 2q_0q_1)B_{z0} \\
 &= (2x_2(k)x_3(k) - 2x_1(k)x_4(k))g_{x0} + (2x_1^2(k) + 2x_3^2(k) - 1)B_{y0} + (2x_3(k)x_4(k) + 2x_1(k)x_2(k))B_{z0}
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 z_6(k) &= h_6(X(k)) = a_{31}B_{x0} + a_{32}B_{y0} + a_{33}B_{z0} \\
 &= (2q_1q_3 + 2q_0q_2)B_{x0} + (2q_2q_3 - 2q_0q_1)B_{y0} + (2q_0^2 + 2q_3^2 - 1)B_{z0} \\
 &= (2x_2(k)x_4(k) + 2x_1(k)x_3(k))B_{x0} + (2x_3(k)x_4(k) - 2x_1(k)x_2(k))B_{y0} + (2x_1^2(k) + 2x_4^2(k) - 1)B_{z0}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Nếu có các gia tốc kế và các từ kế lý tưởng gắn vào 3 trục của hệ tọa độ liên kết thì các chỉ số của nó sẽ là các giá trị tính theo các biểu thức (21), (22), (23), (24), tuy nhiên trong quá trình đo luôn tồn tại nhiễu đo, nên:

$$\begin{aligned}
 z_1(k) &= h_1(X(k)) + v_1; \quad z_4(k) = h_4(X(k)) + v_4; \\
 z_2(k) &= h_2(X(k)) + v_2; \quad z_5(k) = h_5(X(k)) + v_5; \\
 z_3(k) &= h_3(X(k)) + v_3; \quad z_6(k) = h_6(X(k)) + v_6;
 \end{aligned} \tag{25}$$

Trong bài toán lọc này có 6 tham số dùng vào việc tham chiếu và được đo bởi 3 gia tốc kế và 3 từ kế. Như vậy, đã thực hiện xong công đoạn (b) khi thực hiện thuật toán lọc Kalman.

Từ bảy phương trình động học mô tả hệ phi tuyến rời rạc (18), (19) dễ dàng nhận thấy nhiều động học chính là nhiễu đo của 3 con quay đo 3 thành phần của véc tơ tốc độ góc và từ 7 phương trình này cho thấy ma trận phân bố nhiễu động học G có dạng sau:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{T}{2} g_{11}^* & \frac{T}{2} g_{12}^* & \frac{T}{2} g_{13}^* \\ \frac{T}{2} g_{21}^* & \frac{T}{2} g_{22}^* & \frac{T}{2} g_{23}^* \\ \frac{T}{2} g_{31}^* & \frac{T}{2} g_{32}^* & \frac{T}{2} g_{33}^* \\ \frac{T}{2} g_{41}^* & \frac{T}{2} g_{42}^* & \frac{T}{2} g_{43}^* \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{26}$$

Khi các nhiễu đo của các gia tốc kế và các từ kế không tương quan lẫn nhau thì ma trận R kích thước (6 x 6) sẽ là ma trận đường chéo (các phần tử ngoài đường chéo đều = 0). Các phần tử của đường chéo chính là phương sai của nhiễu đo từng gia tốc kế và từng từ kế. Vì nhiễu động học là nhiễu đo của 3 thiết bị đo thành phần véc tơ tốc độ góc nên ma trận Q kích thước (3 x 3) cũng là ma trận đường chéo với các phần tử ở đường chéo là phương sai của các nhiễu đo của các con quay 2 bậc tự do (hoặc con quay vi cơ), ở đây cũng giả thiết các thiết bị đo này không tương quan với nhau. Như vậy, Q, R có dạng:

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{\omega_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\omega_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\omega_z}^2 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} \sigma_{A_x}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{A_y}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{A_z}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{T_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{T_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{T_z}^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Trong đó:

$\sigma_{\omega_x}^2, \sigma_{\omega_y}^2, \sigma_{\omega_z}^2$ phương sai sai số đo thành phần tốc độ góc của các cảm biến đo tốc độ góc (con quay vi cơ hoặc con quay 2 bậc tự do); $\sigma_{A_x}^2, \sigma_{A_y}^2, \sigma_{A_z}^2$ phương sai sai số đo của các gia tốc kế.

$\sigma_{T_x}^2, \sigma_{T_y}^2, \sigma_{T_z}^2$ phương sai sai số đo của các từ kế.

$$\text{Ma trận chuyển } \Phi_{k-1} = \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_+(k-1)} = [\phi_{ij}], i, j = \overline{1,7} \quad (28)$$

Tiến hành lấy đạo hàm riêng các hàm số (18) và (19) theo các biến số $x_i, i = \overline{1,7}$ nhận được các biến ϕ_{ij} như sau:

$$\begin{aligned} \phi_{11} &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 1, \phi_{12} = \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{T}{2}[-\omega_x^n(k-1) + x_5(k-1)]; \phi_{13} = \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = \frac{T}{2}[-\omega_y^n(k-1) + x_6(k-1)]; \\ \phi_{14} &= \frac{\partial f_1}{\partial x_4} = \frac{T}{2}[-\omega_z^n(k-1) + x_7(k-1)]; \phi_{15} = \frac{\partial f_1}{\partial x_5} = \frac{T}{2}[x_2(k-1)]; \phi_{16} = \frac{\partial f_1}{\partial x_6} = \frac{T}{2}[x_3(k-1)]; \\ \phi_{17} &= \frac{\partial f_1}{\partial x_7} = \frac{T}{2}[x_4(k-1)]; \phi_{21} = \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = \frac{T}{2}[\omega_x^n(k-1) - x_5(k-1)]; \phi_{22} = \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 1; \\ \phi_{23} &= \frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{T}{2}[\omega_z^n(k-1) - x_7(k-1)]; \phi_{24} = \frac{\partial f_2}{\partial x_4} = \frac{T}{2}[-\omega_y^n(k-1) + x_6(k-1)]; \\ \phi_{25} &= \frac{\partial f_2}{\partial x_5} = -\frac{T}{2}[x_1(k-1)]; \phi_{26} = \frac{\partial f_2}{\partial x_6} = \frac{T}{2}[x_4(k-1)]; \phi_{27} = \frac{\partial f_2}{\partial x_7} = -\frac{T}{2}[x_4(k-1)]; \\ \phi_{31} &= \frac{\partial f_3}{\partial x_1} = \frac{T}{2}[\omega_y^n(k-1) - x_6(k-1)]; \phi_{32} = \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = \frac{T}{2}[-\omega_z^n(k-1) + x_7(k-1)]; \phi_{33} = 1; \\ \phi_{34} &= \frac{\partial f_3}{\partial x_4} = \frac{T}{2}[\omega_x^n(k-1) - x_5(k-1)]; \phi_{35} = \frac{\partial f_3}{\partial x_5} = -\frac{T}{2}[x_4(k-1)]; \phi_{36} = \frac{\partial f_3}{\partial x_6} = -\frac{T}{2}[x_1(k-1)]; \\ \phi_{37} &= \frac{\partial f_3}{\partial x_7} = \frac{T}{2}[x_2(k-1)]; \phi_{41} = \frac{\partial f_4}{\partial x_1} = \frac{T}{2}[\omega_z^n(k-1) - x_7(k-1)]; \phi_{42} = \frac{\partial f_4}{\partial x_2} = \frac{T}{2}[-\omega_y^n(k-1) - x_6(k-1)]; \\ \phi_{43} &= \frac{\partial f_4}{\partial x_3} = \frac{T}{2}[-\omega_x^n(k-1) + x_5(k-1)]; \phi_{44} = \frac{\partial f_4}{\partial x_4} = 1; \phi_{45} = \frac{\partial f_4}{\partial x_5} = \frac{T}{2}[x_3(k-1)]; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 \phi_{46} &= \frac{\partial f_4}{\partial x_6} = -\frac{T}{2}[x_2(k-1)]; \phi_{47} = \frac{\partial f_4}{\partial x_7} = -\frac{T}{2}[x_1(k-1)]; \phi_{51} = \frac{\partial f_5}{\partial x_1} = 0; \\
 \phi_{52} &= \frac{\partial f_5}{\partial x_2} = 0; \phi_{53} = \frac{\partial f_5}{\partial x_3} = 0; \phi_{54} = \frac{\partial f_5}{\partial x_4} = 0; \phi_{55} = \frac{\partial f_5}{\partial x_5} = 1; \phi_{56} = \frac{\partial f_5}{\partial x_6} = 0; \phi_{57} = \frac{\partial f_5}{\partial x_7} = 0; \\
 \phi_{61} &= \frac{\partial f_6}{\partial x_1} = 0; \phi_{62} = \frac{\partial f_6}{\partial x_2} = 0; \phi_{63} = \frac{\partial f_6}{\partial x_3} = 0; \phi_{64} = \frac{\partial f_6}{\partial x_4} = 0; \phi_{65} = \frac{\partial f_6}{\partial x_5} = 1; \phi_{66} = \frac{\partial f_6}{\partial x_6} = 1; \\
 \phi_{67} &= \frac{\partial f_6}{\partial x_7} = 0; \phi_{71} = \frac{\partial f_7}{\partial x_1} = 0; \phi_{72} = \frac{\partial f_7}{\partial x_2} = 0; \phi_{73} = \frac{\partial f_7}{\partial x_3} = 0; \phi_{74} = \frac{\partial f_7}{\partial x_4} = 0; \\
 \phi_{75} &= \frac{\partial f_7}{\partial x_5} = 0; \phi_{76} = \frac{\partial f_7}{\partial x_6} = 0; \phi_{77} = \frac{\partial f_7}{\partial x_7} = 1;
 \end{aligned} \tag{30}$$

Ma trận quan sát (tham chiếu) H_k sẽ có dạng:

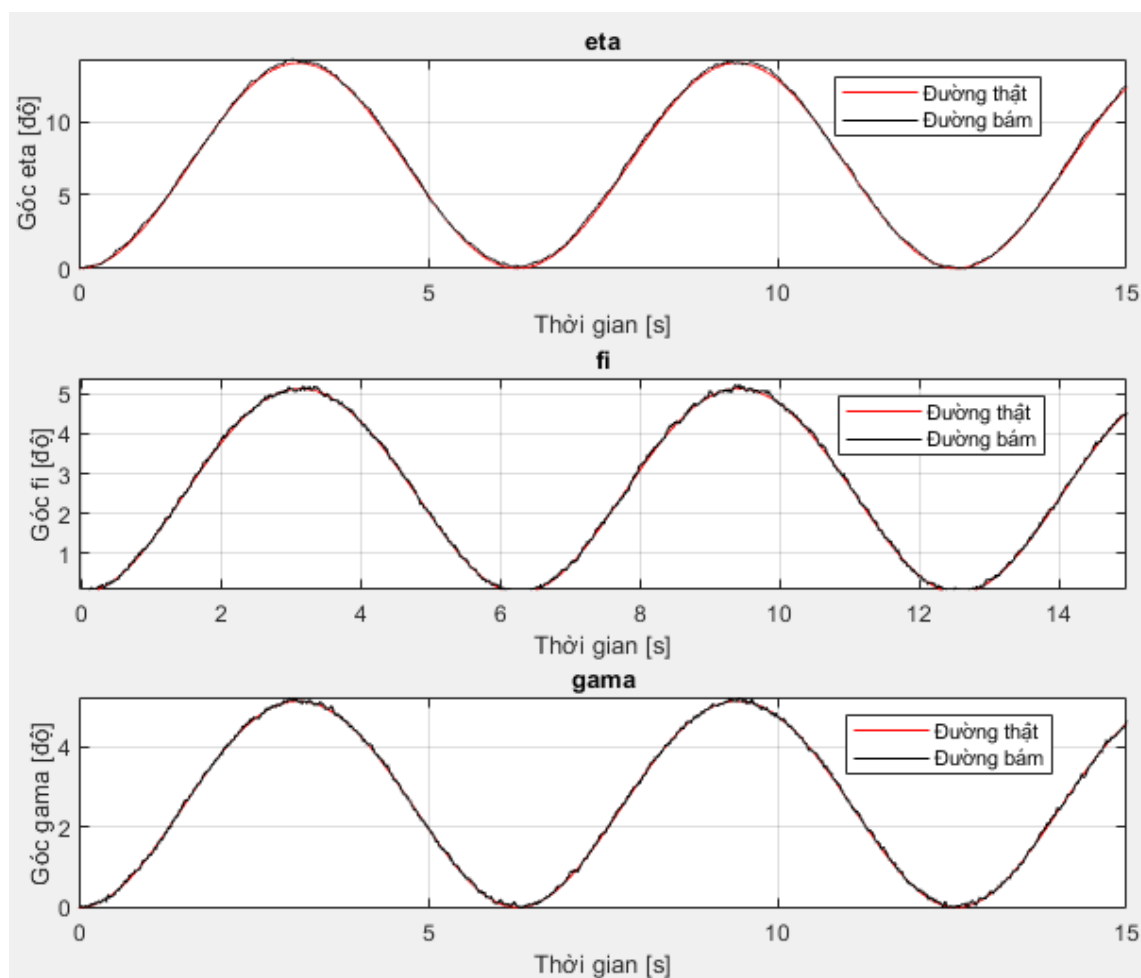
$$H_k = \frac{\partial h}{\partial X} |_{X=\hat{X}_-(k)} = [h_{ij}], i = \overline{1,6}, j = \overline{1,7} \tag{31}$$

Tiến hành lấy đạo hàm riêng các hàm số từ (21) đến (24) theo các biến số $x_i, i = \overline{1,7}$ nhận được các biến h_{ij} như sau:

$$\begin{aligned}
 h_{11} &= \frac{\partial h_1}{\partial x_1} = 4g_{x_0x_1}(k) + 2g_{y_0x_4}(k) - 2g_{z_0x_3}(k); h_{12} = \frac{\partial h_1}{\partial x_2} = 4g_{x_0x_2}(k) + 2g_{y_0x_3}(k) + 2g_{z_0x_4}(k); \\
 h_{13} &= \frac{\partial h_1}{\partial x_3} = 2g_{y_0x_2}(k) - 2g_{z_0x_1}(k); h_{14} = \frac{\partial h_1}{\partial x_4} = 2g_{y_0x_1}(k) + 2g_{z_0x_2}(k); h_{15} = \frac{\partial h_1}{\partial x_5} = 0; \\
 h_{16} &= \frac{\partial h_1}{\partial x_6} = 0; h_{17} = \frac{\partial h_1}{\partial x_7} = 0; h_{21} = \frac{\partial h_2}{\partial x_1} = -2g_{x_0x_4}(k) + 4g_{y_0x_1}(k) + 2g_{z_0x_2}(k); \\
 h_{22} &= 2g_{x_0x_3}(k) + 4g_{y_0x_2}(k) + 2g_{z_0x_1}(k); h_{23} = 2g_{x_0x_2}(k) + 2g_{z_0x_4}(k); \\
 h_{24} &= -2g_{x_0x_1}(k) + 2g_{z_0x_3}(k); h_{25} = 0; h_{26} = 0; h_{27} = 0; h_{44} = 2B_{y_0x_1}(k) + 2B_{z_0x_2}(k); \\
 h_{31} &= 2g_{x_0x_3}(k) - 2g_{y_0x_2}(k) + 4g_{z_0x_1}(k); h_{32} = 2g_{x_0x_4}(k) - 2g_{y_0x_1}(k); h_{45} = 0; \\
 h_{33} &= 2g_{x_0x_1}(k) + 2g_{y_0x_4}(k); h_{34} = 2g_{x_0x_2}(k) + 2g_{y_0x_3}(k) + 4g_{z_0x_4}(k); h_{46} = 0; \\
 h_{35} &= 0; h_{36} = 0; h_{37} = 0; h_{41} = 4B_{x_0x_1}(k) + 2B_{y_0x_4}(k) - 2B_{z_0x_3}(k); h_{47} = 0; \\
 h_{42} &= 4B_{x_0x_2}(k) + 2B_{y_0x_3}(k) + 2B_{z_0x_4}(k); h_{43} = 2B_{y_0x_2}(k) - 2B_{z_0x_1}(k); \\
 h_{51} &= -2B_{x_0x_4}(k) + 4B_{y_0x_1}(k) + 2B_{z_0x_2}(k); h_{52} = 2B_{x_0x_3}(k) + 4B_{y_0x_2}(k) + 2B_{z_0x_1}(k); \\
 h_{53} &= 2B_{x_0x_2}(k) + 2B_{z_0x_4}(k); h_{54} = -2B_{x_0x_1}(k) + 2B_{z_0x_3}(k); h_{55} = 0; h_{65} = 0; \\
 h_{56} &= 0; h_{57} = 0; h_{61} = 2B_{x_0x_3}(k) - 2B_{y_0x_2}(k) + 4B_{z_0x_1}(k); h_{66} = 0; h_{67} = 0; \\
 h_{62} &= 2B_{x_0x_4}(k) - 2B_{y_0x_1}(k); h_{63} = 2B_{x_0x_1}(k) + 2B_{y_0x_4}(k); \\
 h_{64} &= 2B_{x_0x_2}(k) + 2B_{y_0x_3}(k) + 4B_{z_0x_4}(k);
 \end{aligned} \tag{33}$$

3. MÔ PHỎNG VÀ THẢO LUẬN

Quá trình mô phỏng kiểm nghiệm trong Matlab và giả định tàu mang chạy rập rình với tốc độ $\omega_x = 0.05 \sin(1 * N * \Delta t)$; $\omega_y = 0.05 \sin(1 * N * \Delta t)$; $\omega_z = 0.12 \sin(1 * N * \Delta t)$ với bước tính $\Delta t = 0.001$ s trong khoảng thời gian 15 s. Trên hình 4 là kết quả mô phỏng quá trình lọc Kalman mở rộng theo thuật toán nêu ở trên. Đường nét đỏ là đồ thị giá trị lý thuyết, đường nét màu đen là kết quả lọc Kalman. Qua đồ thị cho thấy kết quả lọc gần trùng với đường lý thuyết, chứng tỏ tính đúng đắn của thuật toán.



Hình 4. Đồ thị tham số ϑ, ψ, γ giả định và ước lượng.

4. KẾT LUẬN

Trên cơ sở sử dụng thông tin đo được từ các con quay vi cơ đo tốc độ góc, các từ kế và các gia tốc kế đặt trên phương tiện chuyển động (phương tiện mang) và ứng dụng bộ lọc Kalman phi tuyến mở rộng cho phép thiết lập thuật toán xác định các tham số Rodrig-Haminton. Từ đó, xác định các phần tử của ma trận cosin chỉ phương trong điều kiện con quay vi cơ đo tốc độ góc có độ trôi và nhiễu. Tuy nhiên, thuật toán này chỉ có giá trị khi tổng véc tơ các chỉ số của 3 gia tốc kế bằng gia tốc trọng trường nơi phương tiện mang có mặt. Việc phương tiện mang chuyển động trong cự ly ngắn thì các giá trị $B_{x_0}, B_{y_0}, B_{z_0}$ trong công thức của biểu thức (11) sẽ là hằng số, còn khi phương tiện chuyển động hoạt động trong cự ly dài thì cần có bản đồ số với tham số véc tơ từ trường. Đối với phương tiện chuyển động có gia tốc thì cần bổ sung phương tiện đo vận tốc. Khi đó thuật toán sẽ khác. Thuật toán này có giá trị đặt điều kiện ban đầu cho hệ dẫn đường quán tính có để của thiết bị bay tự động trước khi phóng khỏi vật mang.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Trần Đức Thuận, Trương Duy Trung, Nguyễn Quang Vịnh, Nguyễn Sĩ Long, Trần Xuân Kiên, Bùi Hồng Huệ, Nguyễn Văn Diên, “Xây dựng thuật toán xác định tham số định hướng cho phương tiện chuyển động trên cơ sở kết hợp con quay tốc độ góc với từ kế và gia tốc kế”. Tạp chí Nghiên cứu KH&CN quân sự, Viện KH&CN quân sự, số 25, tr 7-16, (2013).

-
- [2]. Trần Đức Thuận, Nguyễn Hoàng Minh, Nguyễn Sĩ Long, Bùi Hồng Hué, Nguyễn Văn Diên, “*Xây dựng phương pháp và thuật toán hiệu chỉnh khi lắp đặt thiết bị dẫn đường quán tính*”. Tạp chí Nghiên cứu KH&CN quân sự, Đặc san TĐH 4-2014, 161-168, (2014).
- [3]. Trương Duy Trung, Nguyễn Quang Vịnh, Nguyễn Quang Hùng, Trần Đức Thuận, “*Xây dựng thuật toán xác định tham số dẫn đường cho phương tiện chuyển động trên cơ sở kết hợp con quay tốc độ góc với từ kế, gia tốc kế và vận tốc kế*”. Tạp chí Nghiên cứu KH&CN quân sự, số 21, tr 3-12, (2013).
- [4]. Trương Duy Trung, Trần Đức Thuận, Nguyễn Quang Vịnh, “*Thuật toán đặt điều kiện ban đầu cho cơ cấu để của hệ thống dẫn đường quán tính theo phương pháp phối hợp véc tơ vận tốc*”, Hội nghị toàn quốc lần thứ hai về Điều khiển và Tự động hóa, Tr 269-275, (2013).
- [5]. Oleg S. Salychev, “*Inertial systems in navigation and geophysics*”, Bauman MSTU Press Moscow, (1988).
- [6]. Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, “*Kalman Filtering Theory and Practice*”, Prentice Hall, (1993).
- [7]. Robert M. Rogers, “*Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*”, AIAA, (2000).

ABSTRACT

Setting up an algorithm to determine the directional parameters for moving vehicles on the basis of integrated rate gyroscopes, magnetometers and accelerometers

This paper presents a method of applying an extended nonlinear Kalman filter to combine the measured information from the angular speed gyroscope with the magnetometer and accelerometer to estimate the Rodrig-Haminton parameters. These parameters help to determine the direction cosine matrix and calculate the orientation angle between the coordinate system attached to the carrier and the navigation coordinate system. The simulation results confirm the correction of the proposed algorithm.

Keywords: Gyroscopes; Magnetometer; Accelerometer.